

Le Fractionary

à 14-17 ans

en soutien pédagogique

1 Introduction

Le Fractionary est un *matériel* conçu pour apprendre les fractions.

Le but de la *méthode* est de former une image mentale des fractions (les 7 disponibles dans le matériel c'est-à-dire $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$) et ceci en manipulant les blocs de manière à mettre en œuvre 4 mémoires: du toucher, du mouvement, visuelle et verbale.

Le créateur et concepteur du Fractionary : Marc Pécheny est instituteur en 4^{ème} primaire. Il nous a semblé qu'il n'était pas trop tard, au début de l'enseignement secondaire, d'utiliser le Fractionary pour former une image mentale des fractions dans la tête des élèves et leur permettre ainsi de jongler avec les fractions. Nous avons donc utilisé le Fractionary avec des élèves de 2^{ème} bis (élèves ayant échoués leur 2^{ème} secondaire) pendant 7H. de SP (soutien pédagogique).

Il nous semble aussi que d'expliquer les mathématiques de manière " classique " à des élèves en situation d'échec n'est pas la meilleure solution. Une situation nouvelle , ludique est plus attractive, motivante, c'est une situation non associée à l'échec.

La méthode proposée est telle que l'enfant s'approprie le savoir.

Ce travail a été conçu par C.Ginoux, professeur de mathématique au département pédagogique de la HERS à Virton et la classe de 2^{ème} régence mathématique formée de Alexandra, Cynthia, Laurence et Valéry. Il a été effectué aux heures de SP dans une classe de 2^{ème} bis à l'ARV (16 élèves) dont Mr C. Giersh est responsable.

2 Les leçons

1ère leçon : Manipulation des blocs

Objectifs :

- ◆ Mettre en oeuvre 4 mémoires lors de l'utilisation des blocs pour former une image mentale de chaque bloc (fraction).

Déroulement de la leçon :

- ◆ **Découverte du jeu** : les élèves doivent prendre un bloc de chaque sorte et les placer devant eux en ordre décroissant. S'ils ont des doutes, ils essayent de les superposer pour visualiser la relation d'ordre.
- ◆ **Distribution des feuilles** : les élèves reçoivent une feuille (cf. annexe 1) sur laquelle les blocs sont dessinés en ordre décroissant. Les élèves écrivent à côté du dessin de chaque forme, son nom géométrique, sa couleur.
- ◆ **Écriture fractionnaire** : le professeur dit aux élèves que le bloc orange qui est le plus grand sera considéré comme unité = 1. Il demande aux élèves de couvrir le bloc orange par des blocs bleu foncé puis de dire combien de blocs b.f. ils ont utilisé. R : 2. Le professeur demande aux élèves quelle est la fraction représentée par un bloc bleu dans la mesure où 2 blocs bleus identiques couvrent le bloc orange. R : un demi. Et le professeur écrit $\frac{1}{2}$ et demande aux élèves d'écrire $\frac{1}{2}$ sur leur feuille à côté du bloc bleu foncé.
Le même travail est réalisé pour tous les blocs.
- ◆ **Jeu tactile** : le bloc invisible, voir document Fractionary
- ◆ **Rangement** : le professeur demande aux élèves de ranger les blocs du Fractionary suivant le modèle (cf. annexe 2). cette étape est importante pour vérifier que toutes les pièces sont présentes.

2^{me} leçon : Simplification de fractions avec les blocs

Objectifs :

- ◆ Effectuer des simplifications de fractions par manipulation des blocs afin que les élèves puissent vivre puis comprendre les simplifications avec leur corps.

Déroulement de la leçon :

- ◆ **Révision** : refaire le jeu tactile en guise de révision.
- ◆ **Simplification** : les élèves reçoivent une feuille (cf. annexe 3) qu'ils complètent avec les résultats de leurs manipulations.
 - ∞ Le professeur demande aux élèves de prendre un bloc trapèze isocèle et d'y superposer des blocs verts. Il demande aux élèves combien de blocs verts ont été superposés. R : 2. Donc on peut écrire : $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Le même travail est réalisé avec d'autres blocs.

∞ On peut travailler dans l'autre sens. Le professeur demande aux élèves de prendre 2 fois 1 bloc vert et de trouver un bloc qui se superpose à ces 2 blocs.

Puis on écrit : $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Remarque :

parfois ce n'est pas 1 bloc qui est superposable aux blocs pris au départ mais plusieurs, dans ce cas le nombre de blocs superposés doit être inférieur au nombre de blocs pris au départ.

♦ **Exercice :** suite aux manipulations dirigées, le professeur propose aux élèves des exercices présentés avec l'écriture mathématique. Le professeur observe les élèves. Il est indispensable d'obliger un élève qui a des difficultés de réaliser les exercices avec les blocs jusqu'à ce que ceux-ci ne lui soient plus utiles.

Remarques

♦ Si un élève ne connaît pas le nom fraction d'un bloc, il ne faut surtout pas le lui dire ou lui dire de regarder sur la feuille réalisée au premier cours, mais il faut lui demander de manipuler les blocs pour retrouver le nom fraction. En effet si l'élève se trompe de nom fraction, c'est que son intuition lui donne ce nom fraction et lui donner le nom ou lui demander de faire appel à sa mémoire c'est contrarier son intuition et dans ce cas il ne pourra jamais « connaître » le « bon » nom. Par les manipulation, il peut modifier son intuition, la faire coller à la « réalité ».

♦ En même temps qu'ils apprennent les fractions, les élèves améliorent leur connaissance des formes géométriques.

♦ Certains élèves (au moins 14 ans) étaient retissant à utiliser un jeu (bon pour des petits enfants) lors du premier cours. Pendant le deuxième cours tous ont apprécié l'utilisation du matériel.

3^{me} leçon : Addition de fractions avec les blocs

Objectifs :

♦ Effectuer des additions de fractions (dont le résultat vaut un bloc) par manipulation des blocs afin que les élèves puissent vivre puis comprendre les additions avec leur corps.

Remarque : l'addition est un but à plus long terme, cette leçon (qui conduira aux additions) à pour objectif de faire manipuler les blocs afin que les élèves trouvent des ensembles (de blocs) équivalents par superposition.

Déroulement de la leçon :

♦ **Addition :** le professeur demande aux élèves de couvrir le bloc orange avec des blocs puis d'écrire le résultat avec les noms fractions des blocs (sous forme mathématique). Le même travail est effectué avec d'autres blocs.

♦ **Domino :** les élèves (par groupe de 4) ont joué avec un domino de 28 pièces de structure classique portant des images de blocs en couleur. Deux images peuvent être jointes si les dessins représentent des ensembles (de blocs) superposables.

Remarques :

- ◆ Le domino répond à la demande de présenter aux élèves un jeu à chaque cours. Le domino était trop compliqué. Nous n'avons pas assez proposé aux élèves de trouver les images équivalentes par manipulation des blocs.

4^{me} leçon : Multiplications et divisions de fractions par un naturel avec les blocs.**Objectifs :**

- ◆ Effectuer des multiplications et divisions de fractions par manipulation des blocs afin que les élèves puissent vivre puis comprendre les multiplications et divisions avec leur corps.

Déroulement de la leçon :

- ◆ **Révision** : refaire le jeu tactile en guise de révision.

◆ **Division** : le professeur tient un bloc bleu foncé en main et demande aux élèves quel est le bloc qui correspond à la moitié du bloc. R : un bloc vert. Le professeur écrit au tableau (et les élèves dans leur cahier)

1 bloc bleu = 2 blocs verts donc
1 bloc vert est la moitié d'un bloc bleu et

1 bloc bleu divisé par 2 vaut un bloc vert on écrit :

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$$

◆ **Multiplication** : le professeur demande aux élèves de prendre 2 fois un bloc vert et de dire quel est le bloc qui leur sont superposables. Le professeur écrit au tableau (et les élèves dans leur cahier)

$$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

◆ **Exercice** : suite aux manipulations dirigées, le professeur propose aux élèves des exercices présentés avec l'écriture mathématique. Le professeur observe les élèves. Il est indispensable d'obliger un élève qui a des difficultés de réaliser les exercices avec les blocs jusqu'à ce que ceux-ci ne lui soient plus utiles.

◆ **Jeu** : la tour infernale voir document Fractionary. Avant de jouer le professeur explique l'utilisation des cartes « divisions » et donne les règles et but du jeu.

5^{me} leçon : Multiplications et divisions de fractions par un naturel (calculs).

Objectifs :

- ◆ Effectuer des multiplications, divisions et simplifications de fractions

Déroulement de la leçon :

- ◆ **Révision** : le professeur reprend avec les élèves la tour infernale. Ils écrivent mathématiquement les manipulations, en guise de révision.
- ◆ **Exercice** : les élèves reçoivent une feuille portant des exercices (cf. annexe 6)

6^{me} leçon : Additions de fractions avec les blocs.

Objectifs :

- ◆ Effectuer des additions de fractions par manipulation des blocs afin que les élèves puissent vivre puis comprendre les additions avec leur corps.

Déroulement de la leçon :

◆ **Addition de fractions ayant même dénominateur** : le professeur tient un bloc bleu foncé en main et demande aux élèves

d'y superposer 2 blocs égaux ... , on a donc $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

d'y superposer 3 blocs égaux ... , on a donc $\frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$

etc. ...

◆ **Addition de fractions ayant des dénominateurs multiples l'un de l'autre** : le professeur demande aux élèves de prendre un bloc vert et un bloc rose. D'échanger un des blocs contre d'autres (comme on a pu le faire dans le jeu de la tour infernale) afin d'avoir tous

des blocs de même couleur. On écrit : $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$

Le professeur demande aux élèves de superposer un bloc au résultat. On écrit

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Et de même avec d'autres blocs.

◆ **Addition de fractions ayant des dénominateurs premiers entre eux** : le professeur demande aux élèves de prendre un bloc vert et un bloc rouge. D'échanger les blocs contre d'autres (comme on a pu le faire dans le jeu de la tour infernale) afin d'avoir tous des blocs de

même couleur. On écrit : $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

On observe que l'on ne peut pas superposer à ces blocs d'autres blocs moins nombreux et identiques entre eux.

Et de même avec d'autres blocs.

♦ **Exercices** : voir annexe 6

7^{me} leçon : Exercices variés sur les fractions.

Prérequis : avoir manipulé le Fractionary
savoir simplifier une fraction
avoir multiplié et divisé une fraction par un naturel
avoir additionné des fractions

Après : savoir suivre le cours sur les fractions de 2^{ème} année.

Objectifs :

♦ Permettre aux élèves les plus lents d'avoir la compréhension et les connaissances nécessaires pour suivre la suite du cours.

Déroulement de la leçon :

Matériel didactique : le Fractionary, les lattes à blocs, une feuille d'exercices

Remarques

« Le professeur propose des exercices similaires à ceux qui seront proposés au contrôle, qui reprennent les différents exercices vus lors des leçons précédentes :

- simplification de fractions,
- multiplication et division d'une fraction par un nombre naturel.
- addition de fractions.

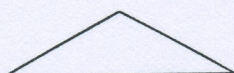
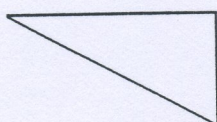
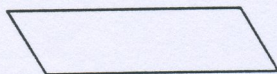
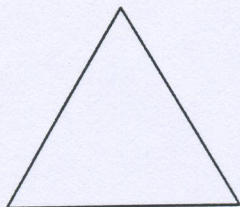
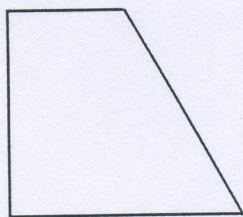
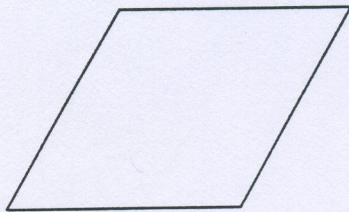
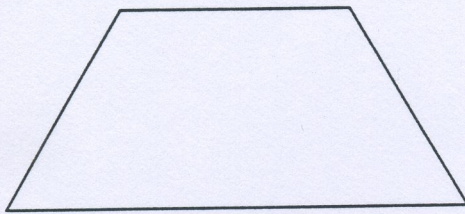
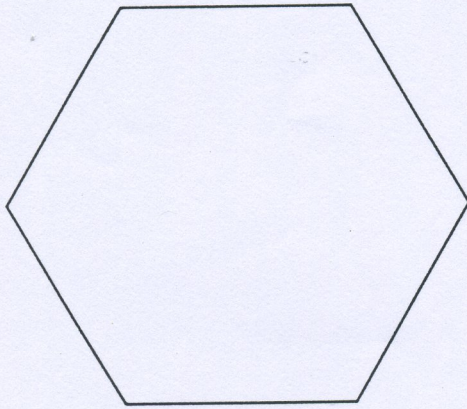
Il propose ainsi un rappel et approfondit la maîtrise des fractions. » V. Dejardin

« Les 10 premières minutes, la classe résoudra de manière collective 1 ou 2 exercices de chaque série d'exercices. » C. Anselme

« Les premiers exercices de chaque série sont réalisables avec les blocs. Le professeur demandera aux élèves (qu'ils aient ou non utilisés les blocs) comment ils ont procédé pour trouver la solution. » L. Van Looy

Exercices : voir annexe 7

Les 8 blocs du Fractionary



3 Exercices de la deuxième leçon

1) Complète les

Sur un trapèze bleu, je peux superposer trapèzes verts

⇒ =

Sur un trapèze bleu, je peux superposer triangles jaunes

⇒ =

Sur un trapèze bleu, je peux superposer triangles roses

⇒ =

Sur un trapèze bleu, je peux superposer triangles bleus

⇒ =

2) Calcule à l'aide des blocs

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{4}{12} + \frac{2}{12} =$$

$$\frac{5}{18} + \frac{4}{18} =$$

3) Complète les

Sur un losange rouge, je peux superposer

⇒ =

Sur un losange rouge, je peux superposer

⇒ =

Sur un losange rouge, je peux superposer

⇒ =

Sur un losange rouge, je peux superposer

⇒ =

4 Domino

Nous avons pris la structure d'un Domino classique c'est-à-dire

0 - 0	0 - 1	2 - 0	0 - 3	4 - 0	0 - 5	6 - 0
	1 - 1	1 - 2	3 - 1	1 - 4	5 - 1	1 - 6
		2 - 2	2 - 3	4 - 2	2 - 5	6 - 2
			3 - 3	3 - 4	5 - 3	3 - 6
				4 - 4	4 - 5	6 - 4
					5 - 5	5 - 6
						6 - 6

A chacun des 7 chiffres, on associe un bloc du Fractionary soit

0 → trapèze bleu	1 → hexagone
2 → losange	3 → trapèze vert
4 → parallélogramme	5 → triangle rose
6 → triangle jaune	

Chaque bloc est représenté 8 fois. Nous avons choisi les représentations suivantes :

$$\text{pour } \frac{1}{2} : \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{6}$$

$$\text{pour } 1 : 1, \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2}$$

$$\text{pour } \frac{1}{4} : \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{12} + \frac{3}{18} \cdot \frac{1}{12} + \frac{3}{18}$$

$$\text{pour } \frac{1}{3} : \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{12} \cdot \frac{4}{12} + \frac{3}{9}$$

$$\text{pour } \frac{1}{9} : \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{18} \cdot \frac{2}{18} + \frac{2}{18} \cdot \frac{2}{18}$$

$$\text{pour } \frac{1}{12} : 8 \text{ fois } \frac{1}{12}$$

$$\text{pour } \frac{1}{6} : \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{12} + \frac{2}{12} \cdot \frac{3}{18} + \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18}$$

5 Exercices de la 5^{ème} leçon

$$3. \frac{1}{2} =$$

$$2. \frac{1}{4} =$$

$$5. \frac{1}{2} =$$

$$4. \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{2} : 3 =$$

$$\frac{1}{3} : 4 =$$

$$\frac{1}{4} : 5 =$$

$$\frac{3}{2} : 3 =$$

$$3. \frac{3}{9} =$$

$$4. \frac{1}{8} =$$

$$6. \frac{1}{18} =$$

$$7. \frac{1}{14} =$$

$$\frac{5}{6} : 3 =$$

$$\frac{1}{9} : 2 =$$

$$\frac{5}{9} : 2 =$$

$$\frac{5}{6} : 2 =$$

6 Exercices de la 6^{ème} leçon

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{1}{12} + \frac{5}{12} =$$

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{12} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{18} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$$

7 Exercices de la 7^{ème} leçon

EXERCICES

SERIE 1 : simplifie les fractions suivantes.

1) $\frac{3}{9} =$

6) $\frac{4}{8} =$

2) $\frac{2}{4} =$

7) $\frac{8}{12} =$

3) $\frac{3}{12} =$

8) $\frac{6}{9} =$

4) $\frac{6}{18} =$

9) $\frac{4}{4} =$

5) $\frac{8}{18} =$

10) $\frac{6}{3} =$

SERIE 2 : effectue les opérations suivantes puis simplifie si c'est possible.

1) $\frac{1}{6} : 2 =$

10) $\frac{4}{5} : 2 =$

2) $\frac{8}{9} : 4 =$

11) $\frac{4}{18} \cdot 3 =$

3) $\frac{1}{4} \cdot 3 =$

12) $2 \cdot \frac{1}{9} =$

4) $\frac{1}{3} \cdot 2 =$

13) $\frac{5}{12} \cdot 4 =$

5) $\frac{1}{3} \cdot 3 =$

14) $\frac{15}{8} : 5 =$

6) $\frac{1}{6} \cdot 2 =$

15) $\frac{4}{9} \cdot 2 =$

7) $\frac{1}{3} \cdot 4 =$

16) $\frac{8}{9} : 4 =$

8) $\frac{1}{2} : 2 =$

17) $6 \cdot \frac{3}{20} =$

9) $\frac{1}{3} \cdot 3 =$

18) $\frac{12}{4} : 3 =$

19) $3 \cdot \frac{6}{7} =$

SERIE 3 : quels sont les ensembles de blocs équivalents ? Ecris les sommes de fractions équivalentes aux ensembles de blocs.

Sont équivalents, les ensembles :

SERIE 4 : simplifie les fractions proposées si c'est possible (sauf si les dénominateurs sont égaux), ensuite effectue les sommes et enfin simplifie le résultat si c'est possible.

1) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$

2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$

3) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$

4) $\frac{3}{2} + \frac{5}{2} =$

5) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

7) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

8) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} =$

9) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} =$

10) $\frac{1}{3} + \frac{5}{12} =$

11) $1 + \frac{1}{2} =$

12) $\frac{8}{9} + 1 =$

13) $\frac{5}{6} + \frac{2}{9} =$

14) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$

15) $\frac{1}{9} + \frac{5}{12} =$

16) $\frac{2}{6} + \frac{3}{9} =$

17) $\frac{5}{4} + \frac{2}{6} =$

18) $\frac{6}{12} + \frac{9}{18} =$

19) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$

20) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} =$

21) $\frac{5}{14} + \frac{2}{7} =$

22) $\frac{1}{3} + \frac{3}{5} =$

23) $\frac{5}{7} + \frac{10}{9} =$

24) $\frac{3}{10} + \frac{18}{40} =$

25) $\frac{4}{9} + \frac{2}{7} =$

26) $\frac{3}{11} + \frac{2}{3} =$

27) $\frac{5}{8} + \frac{17}{20} =$

28) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

29) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$

30) $\frac{7}{10} + \frac{1}{4} =$

Série 5 - Défi : réalise 8 rectangles différents, chaque rectangle est formé de 3 blocs, de 2 couleurs. Dessine les rectangles à l'aide de la latte à blocs.

8 Exercices de la 8^{ème} leçon

Nom :

Prénom :

TEST de mathématique : les fractions

1) Simplifie les fractions suivantes :

$$\frac{3}{12} =$$

$$\frac{6}{3} =$$

$$\frac{6}{9} =$$

2) Effectue les opérations suivantes puis simplifie si c'est possible.

$$\frac{1}{6} \cdot 2 =$$

$$2 \cdot \frac{4}{9} =$$

$$\frac{1}{6} : 2 =$$

$$\frac{15}{8} : 5 =$$

3) Simplifie les fractions proposées si c'est possible (sauf si les dénominateurs sont égaux), ensuite effectue les sommes (choisis le dénominateur le plus petit) et enfin simplifie le résultat si c'est possible.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$1 + \frac{2}{3} =$$

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} =$$

$$\frac{3}{6} + \frac{6}{8} =$$

9 Table des matières

Le Fractionary	1
1 Introduction.....	2
2 Les leçons.....	3
1 ^{ère} leçon : Manipulation des blocs.....	3
2 ^{me} leçon : Simplification de fractions avec les blocs.....	3
3 ^{me} leçon : Addition de fractions avec les blocs	4
4 ^{me} leçon : Multiplications et divisions de fractions par un naturel avec les blocs.	5
5 ^{me} leçon : Multiplications et divisions de fractions par un naturel (calculs).	6
6 ^{me} leçon : Additions de fractions avec les blocs.....	6
7 ^{me} leçon : Exercices variés sur les fractions.....	7
3 Annexes.....	9
1 Les 8 blocs du Fractionary.....	9
2 Rangement des blocs.....	10
3 Exercices de la deuxième leçon.....	11
4 Domino.....	12
5 Exercices de la 5 ^{ème} leçon	13
6 Exercices de la 6 ^{ème} leçon	13
7 Exercices de la 7 ^{ème} leçon	14
8 Exercices de la 8 ^{ème} leçon	16
9 Table des matières.....	18