

# Les graphes en un coup de pinceau

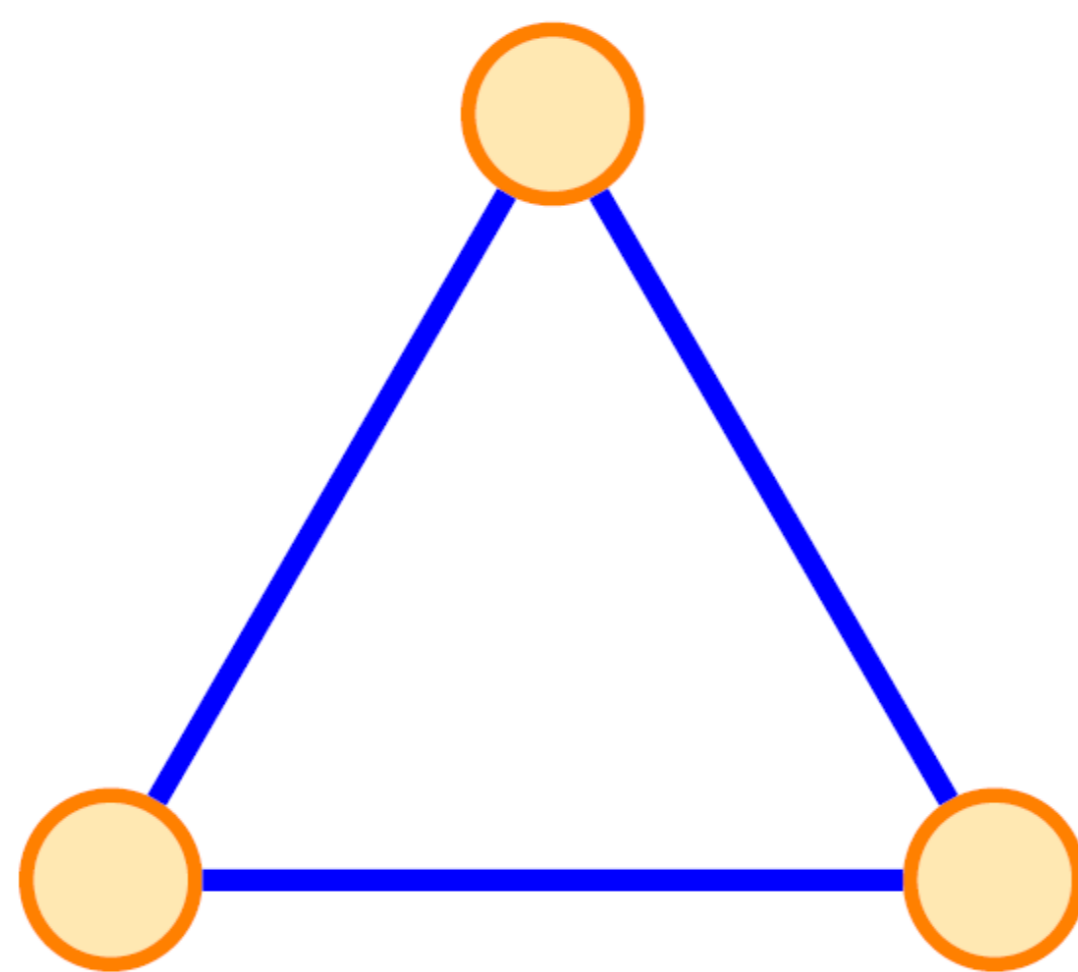
Département de Mathématique

Emma JORDAN, Fränk PLEIN, Mélina VAN WEVERBERG et Adrien VANDENSCHRICK

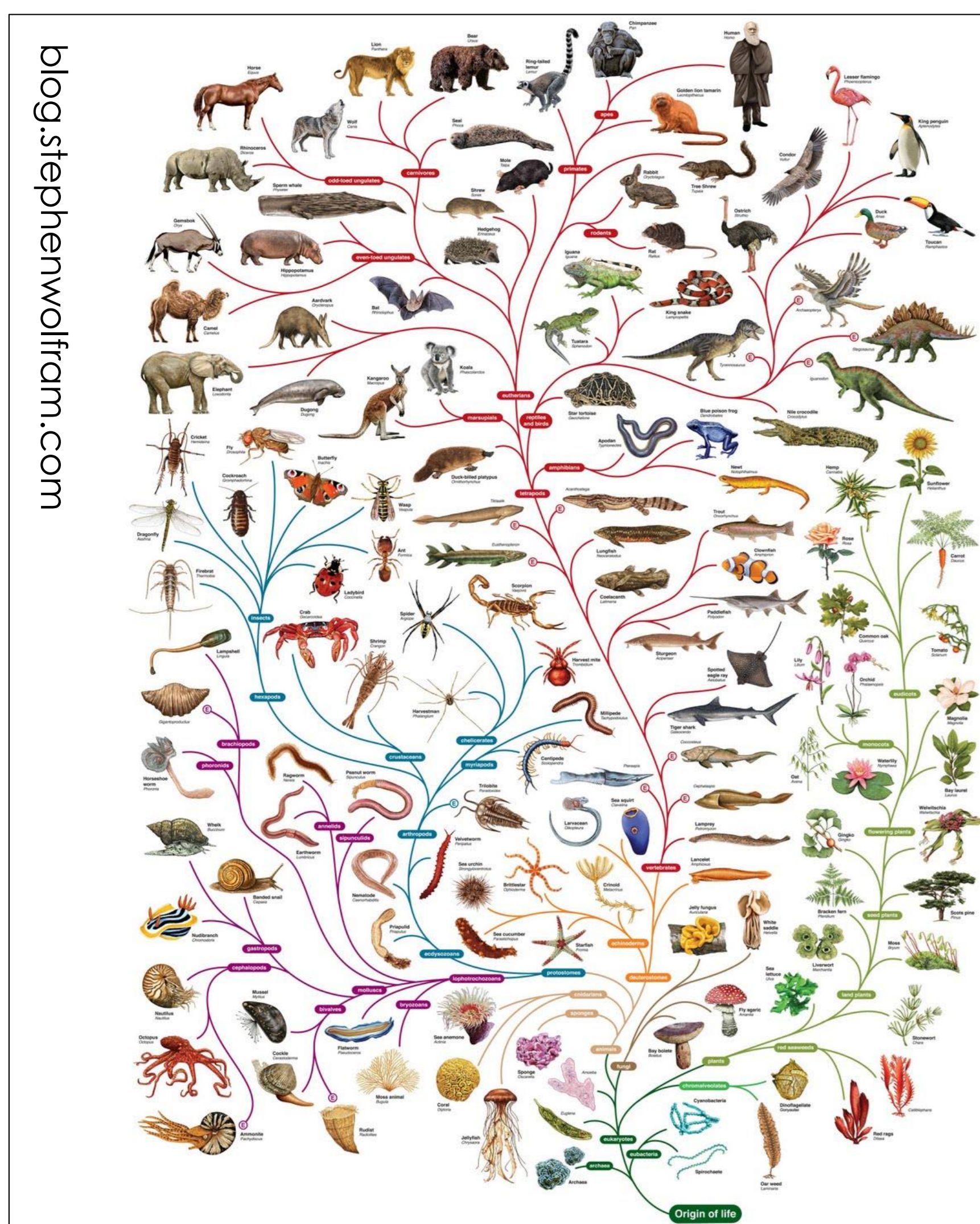


## Graphes

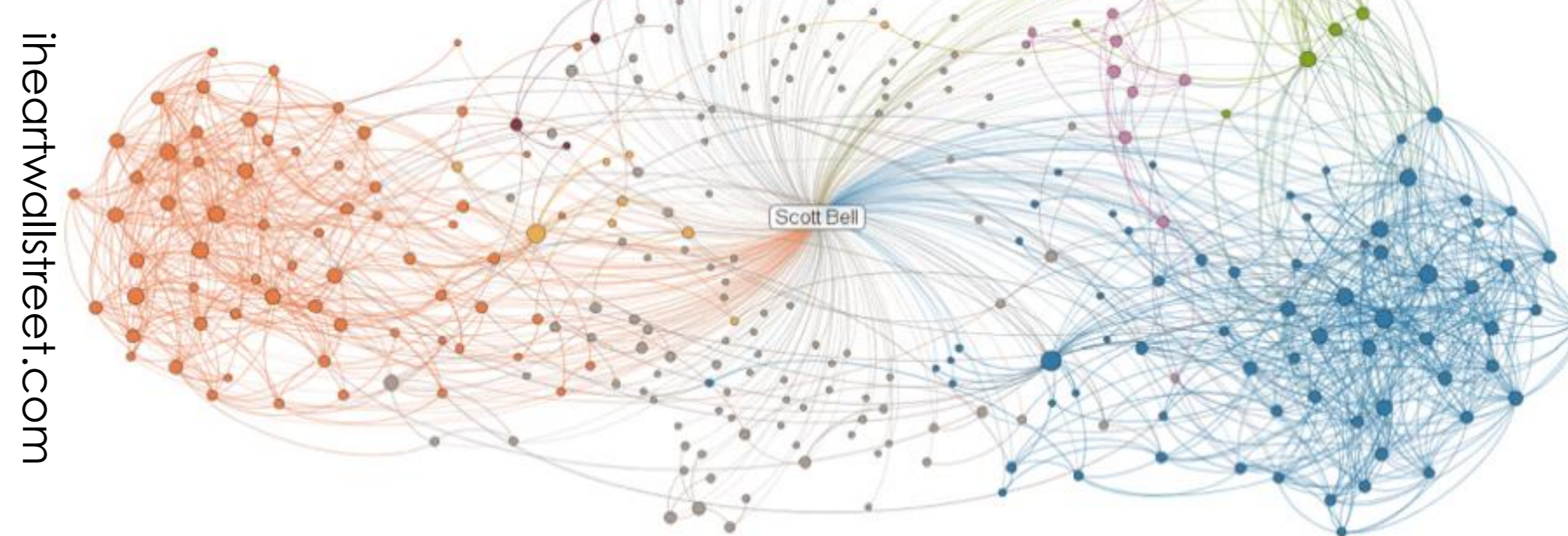
Un graphe est constitué de **sommets** et d'**arêtes**.  
Le nombre d'arêtes partant d'un sommet est son **degré**.



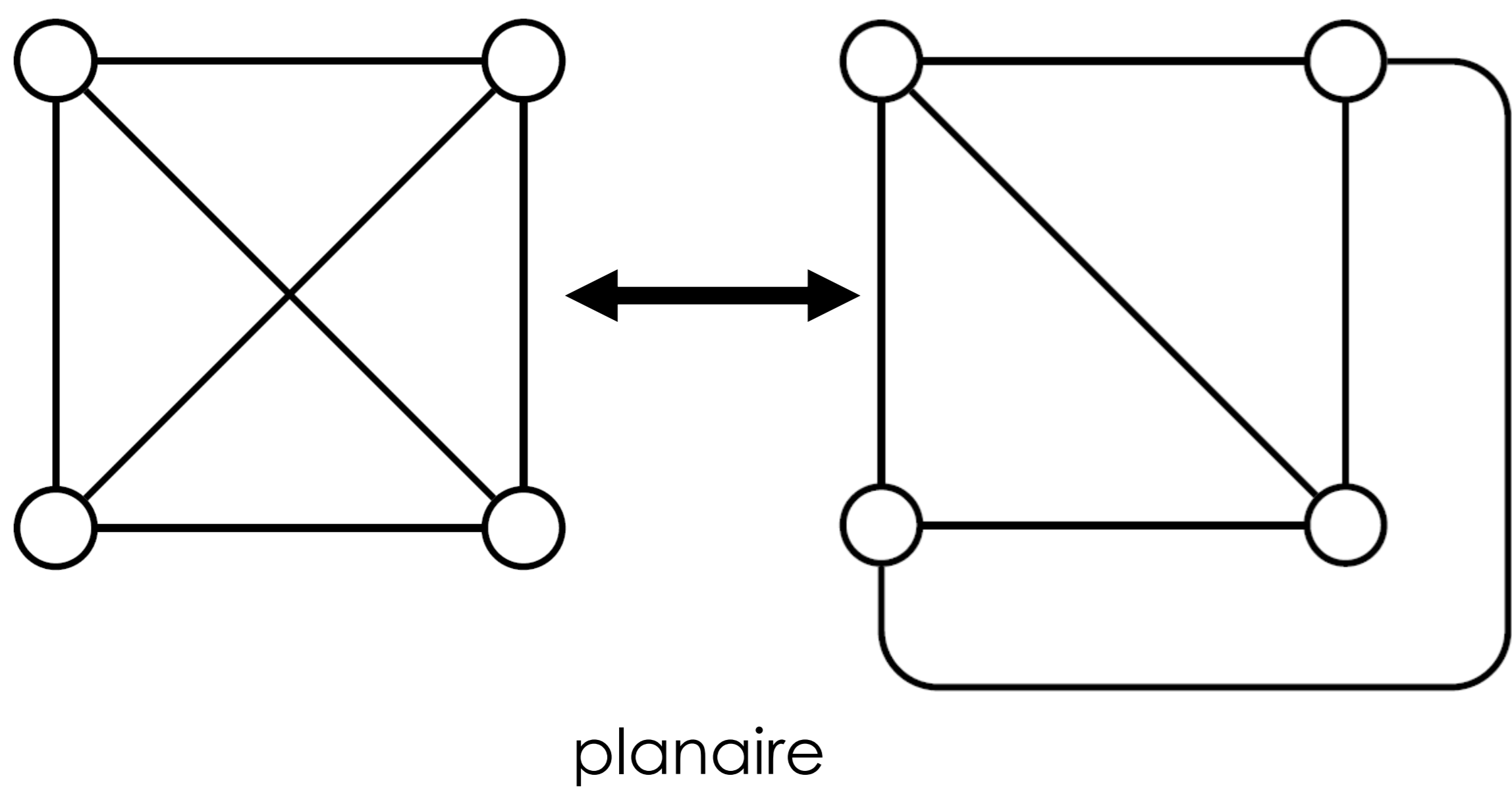
Ici, tous les sommets sont de degré 2.



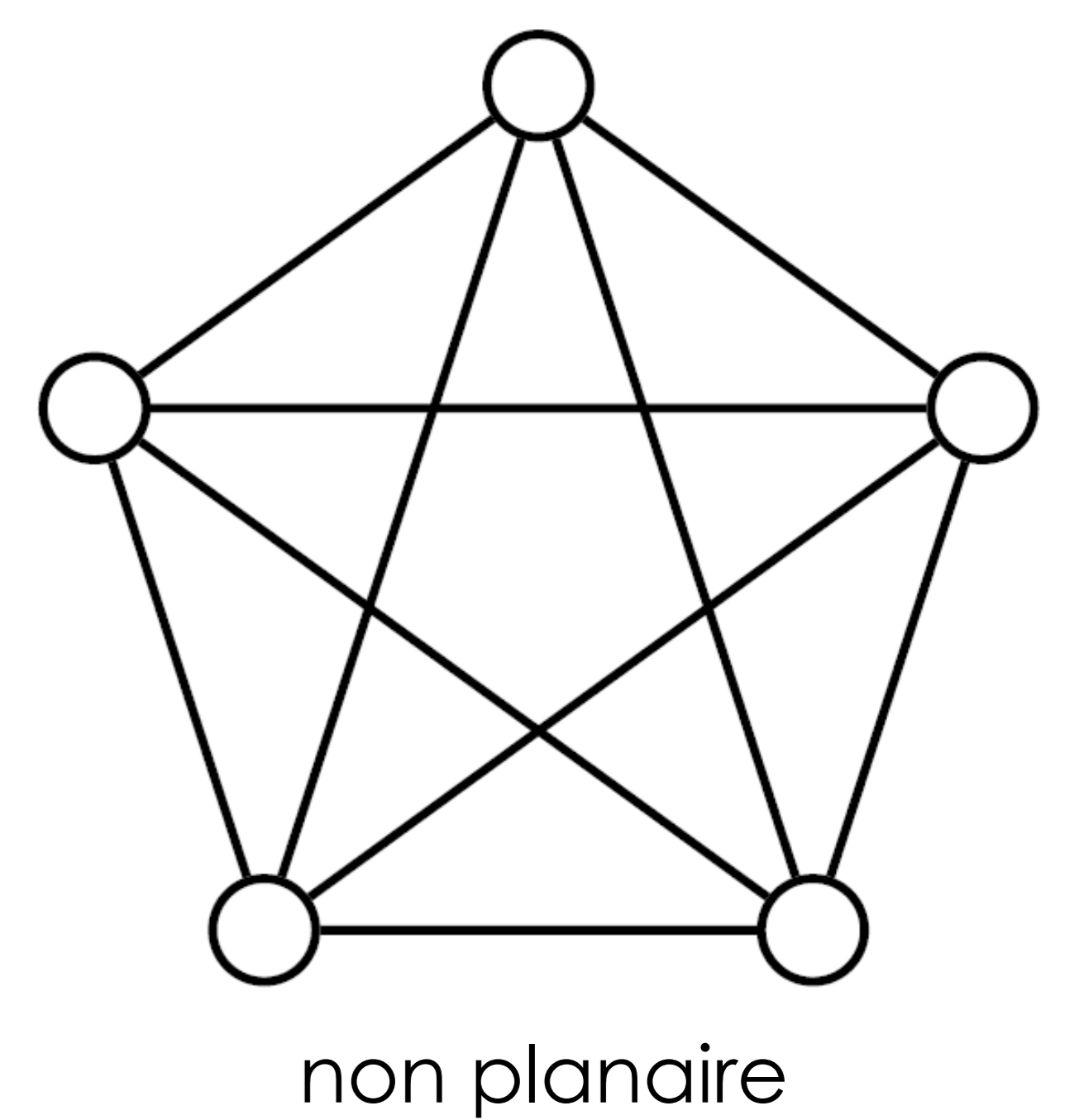
- On peut trouver des graphes partout:
- ✓ arbres d'évolution
  - ✓ arbres généalogiques
  - ✓ réseaux sociaux (sociogrammes)
  - ✓ réseaux métro, bus ou train
  - ✓ représentations de molécules
  - ✓ graphes d'intervalle en histoire



## Graphes planaires



Un graphe est **planaire** s'il peut être représenté dans le plan sans croisement.

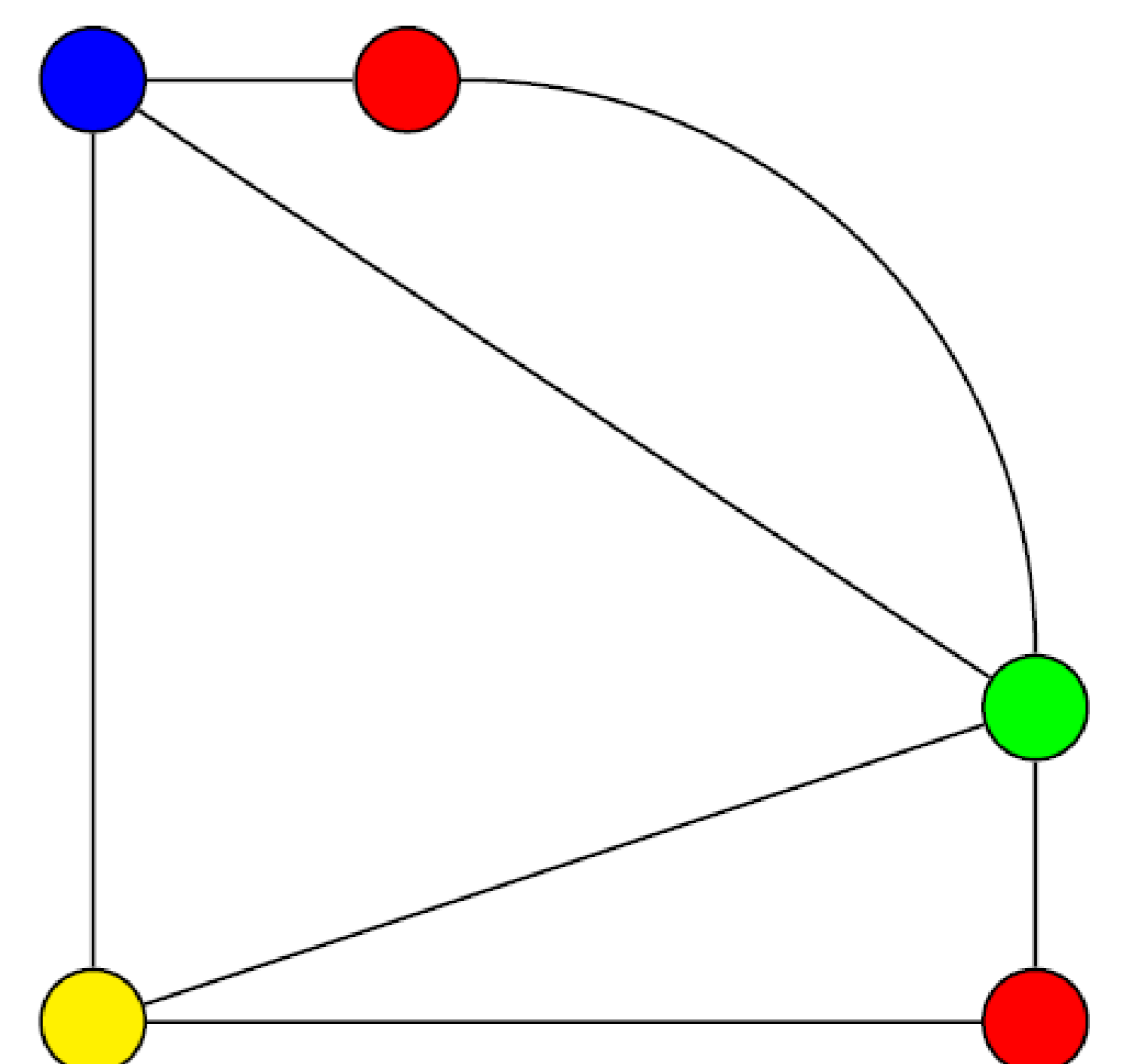
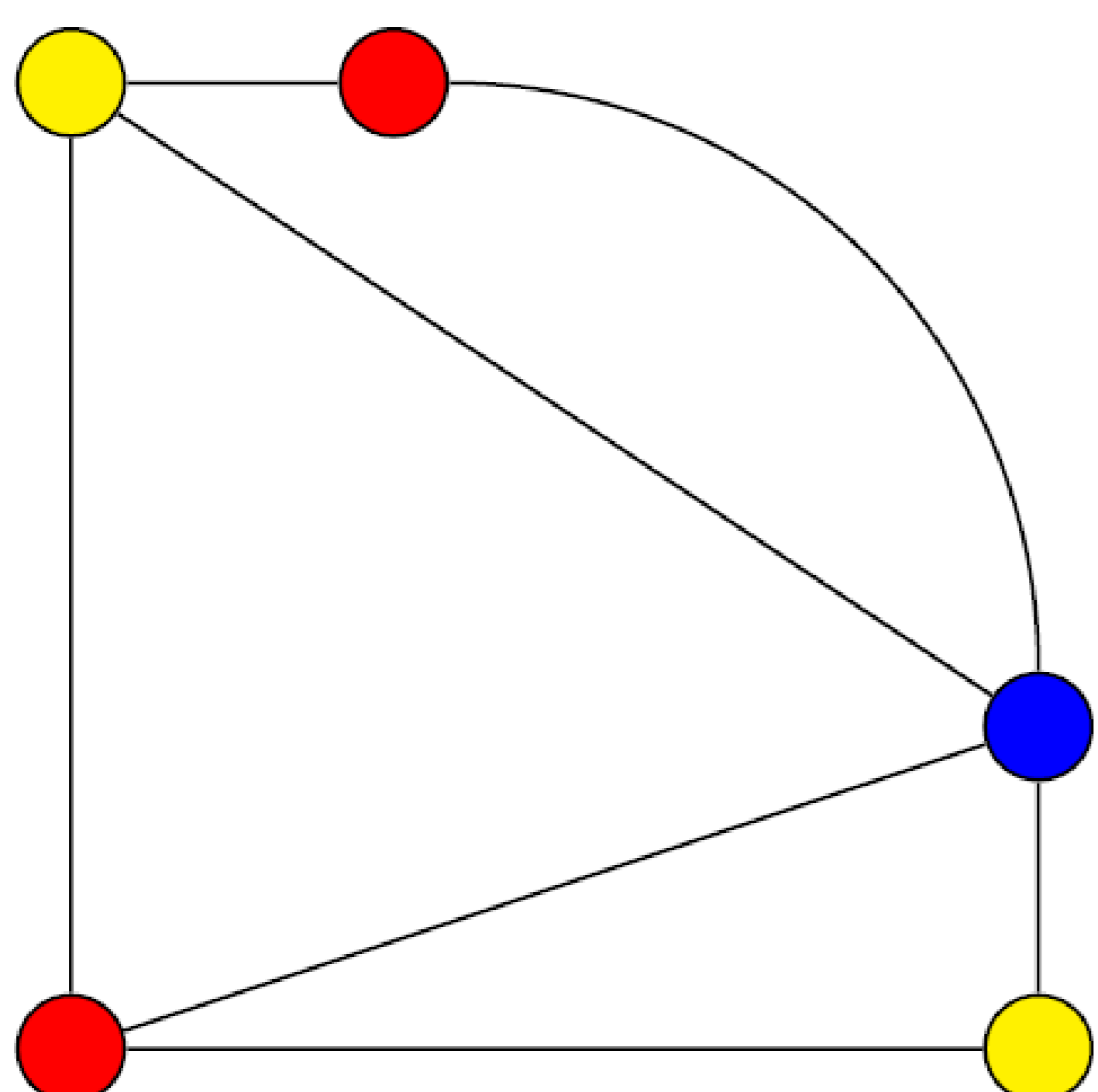


## Colorer des graphes

On associe à chaque sommet une couleur.

**Règle:** deux sommets voisins ne doivent pas avoir la même couleur.

Le nombre **chromatique** d'un graphe est le nombre minimum de couleurs d'une telle coloration.



Il existe des méthodes pour colorer, souvent à l'aide d'un ordinateur (par exemple DSATUR ou RLF).

# Les graphes en un coup de pinceau

Département de Mathématique

Emma JORDAN, Fränk PLEIN, Mélina VAN WEVERBERG et Adrien VANDENSCHRIK

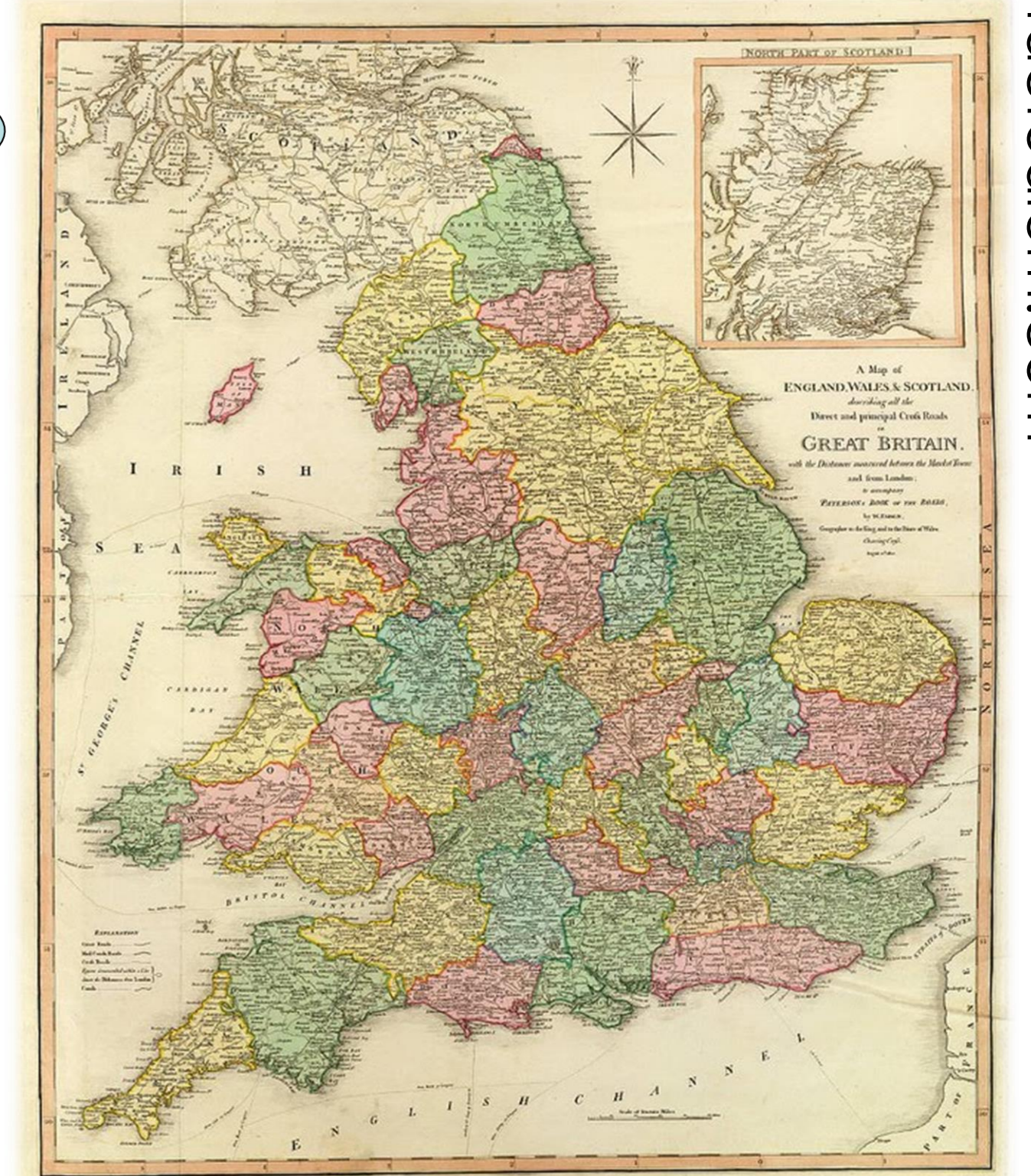
## Des origines à maintenant

Toute carte peut être colorée en **4 couleurs**.

- ✓ 1852, affirmé par Francis Guthrie, cartographe, pour la carte des cantons d'Angleterre
- ✓ 1879-1977, preuves erronées ou partielles (De Morgan, Hesch, Kempe, Birkhoff...)
- ✓ 1977, preuve par Appel et Haken à l'aide d'un ordinateur (1200 heures de calculs pour examiner 1482 configurations)
- ✓ 1997, révision par Robertson, Sanders, Seymour et Thomas

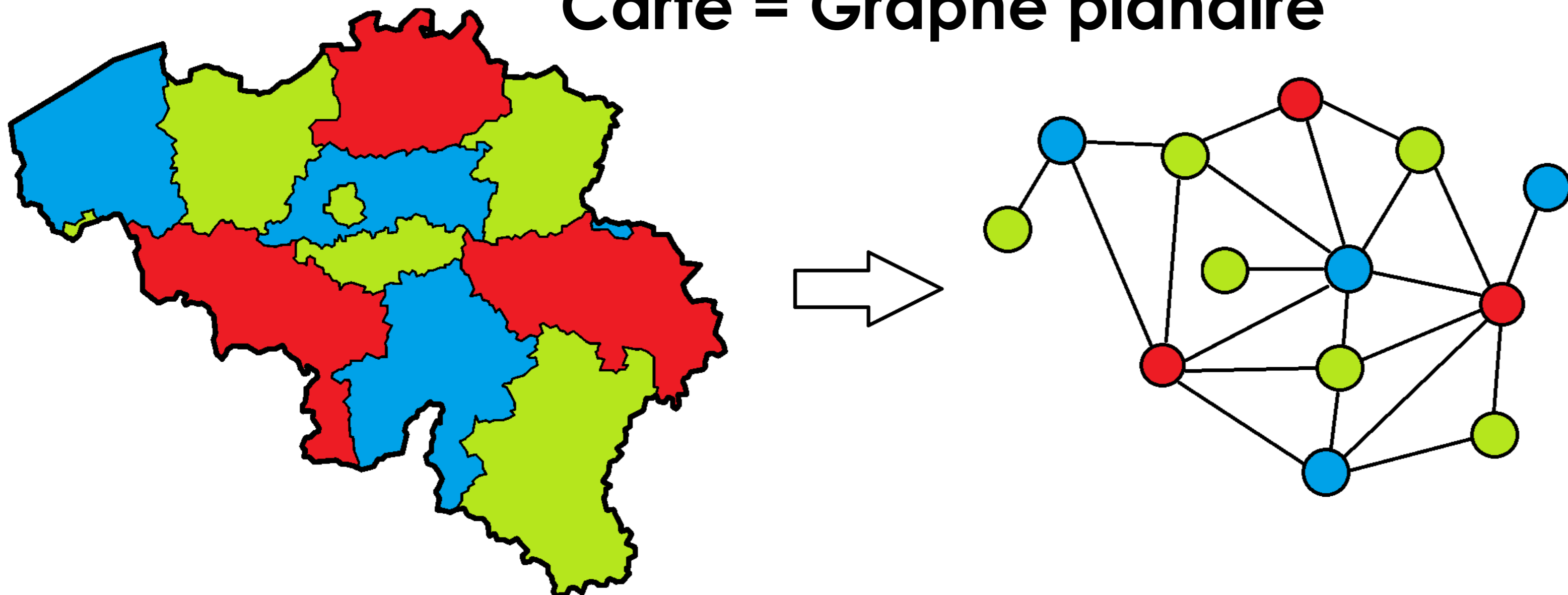


Francis Guthrie



factodiem.com

### Carte = Graphe planaire



**Théorème des 4 couleurs (Appel et Haken, 1977):**  
Tout graphe planaire peut être coloré avec au plus 4 couleurs.

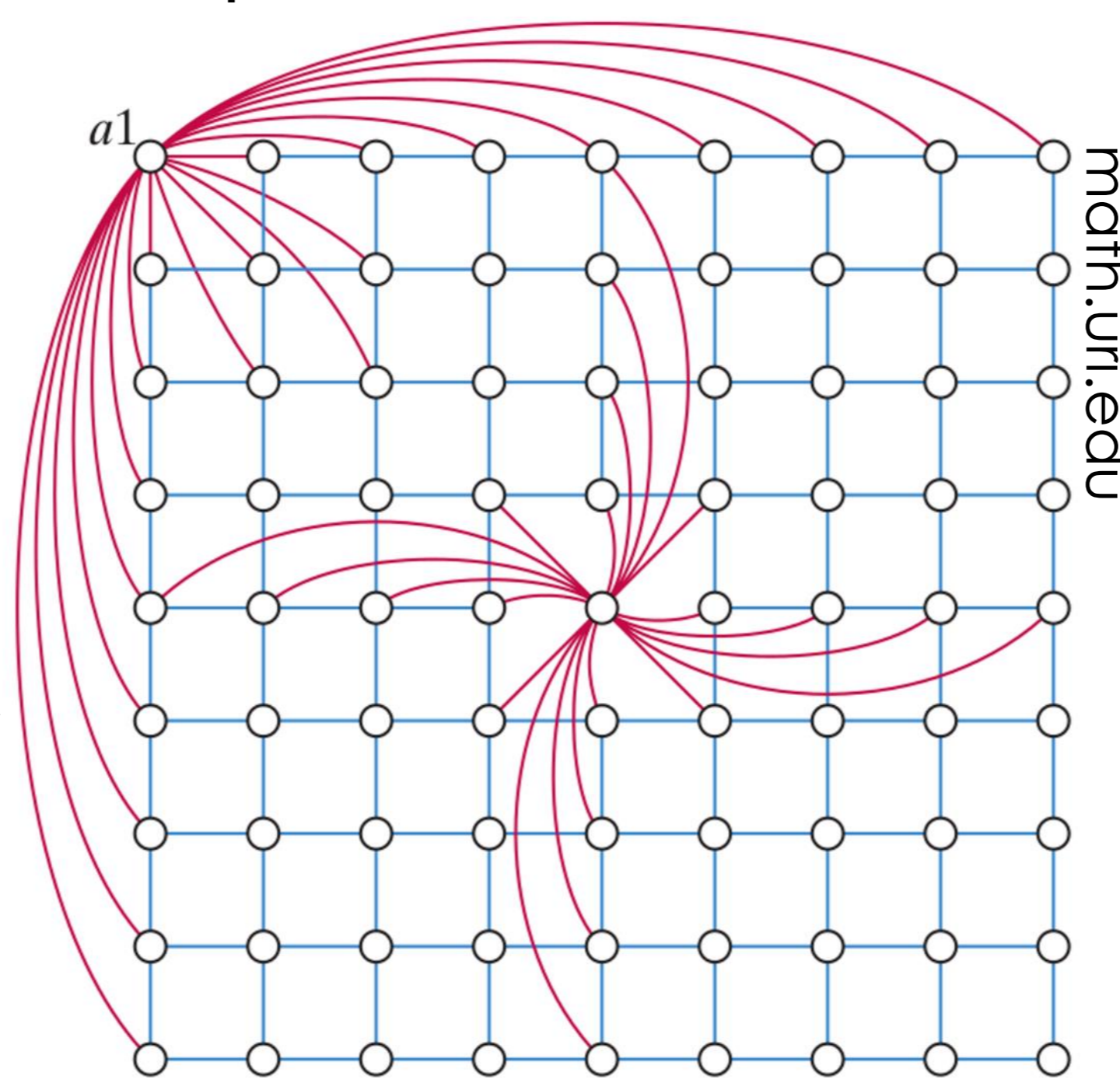
Une version plus faible affirme que 5 couleurs suffisent. Sa preuve est relativement facile. (Heawood, 1890)

## Applications

Le jeu de sudoku peut être modélisé comme problème de coloration d'un graphe particulier.

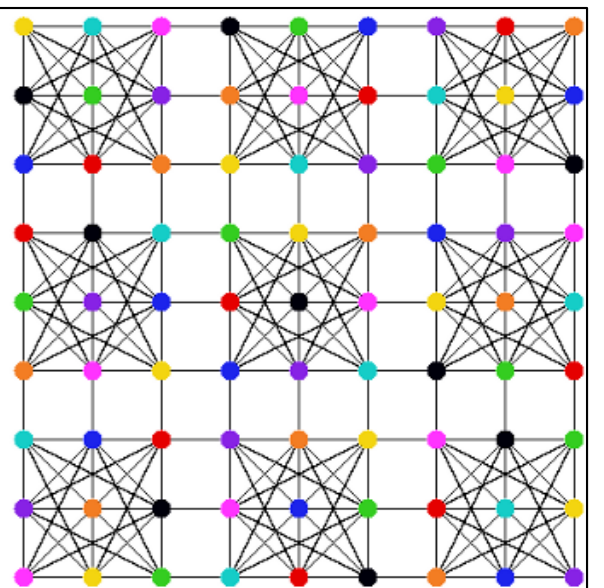
### Construire le graphe:

Chaque sommet représente une case de la grille. Deux sommets ont une arête en commun si les cases qu'ils représentent se situent sur la même ligne, sur la même colonne ou dans le même carré 3x3.



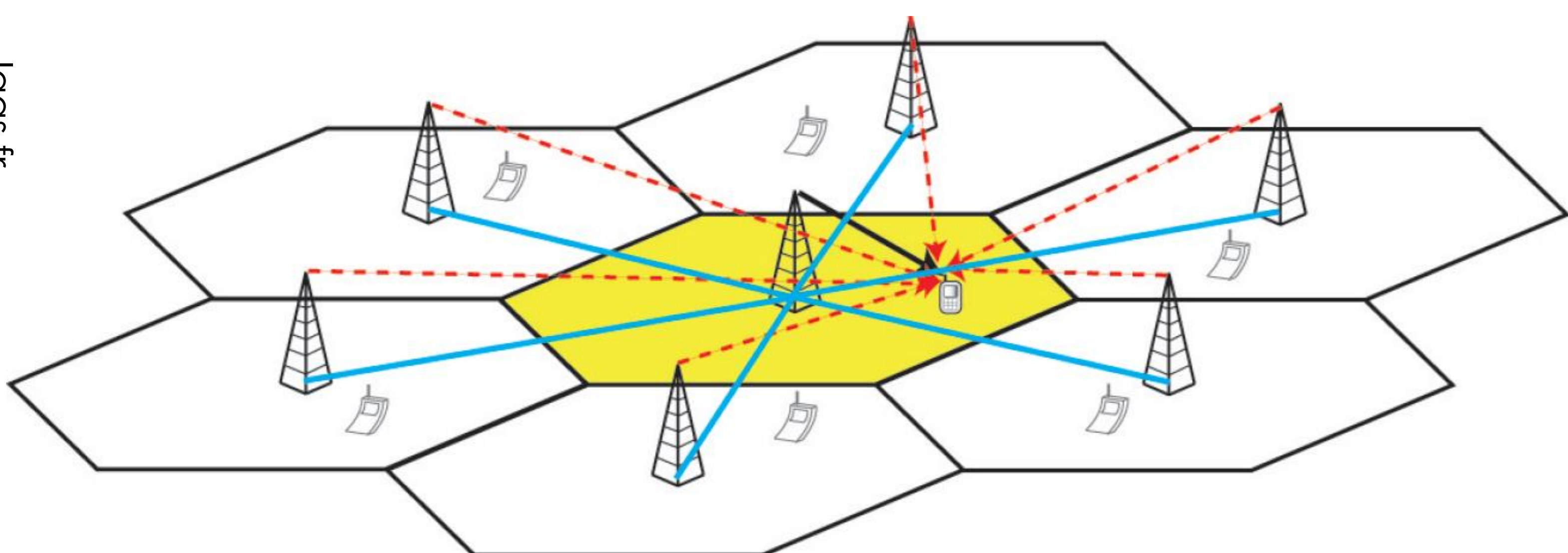
### Colorer le graphe:

- ✓ on commence par associer arbitrairement une couleur à chaque chiffre
- ✓ une coloration du graphe avec 9 couleurs représente une solution du sudoku



open-graphtheory.org

L'allocation de fréquences pour des antennes radio déterminée à l'aide d'un graphe coloré.



**Le graphe:** Les sommets représentent les antennes et une arête relie deux sommets si les antennes qu'ils représentent ne peuvent pas avoir la même fréquence, ou de façon équivalente, couleur.

**But:** utiliser le moins de fréquences possible sans avoir d'interférence