

# Et si un cube était une sphère

Département de Mathématique

Xavier MAUQUOY, Dorian TIMMERMANS, Philippe TRANCHIDA et Matsvei TSISHYN



## Surface

### Définition

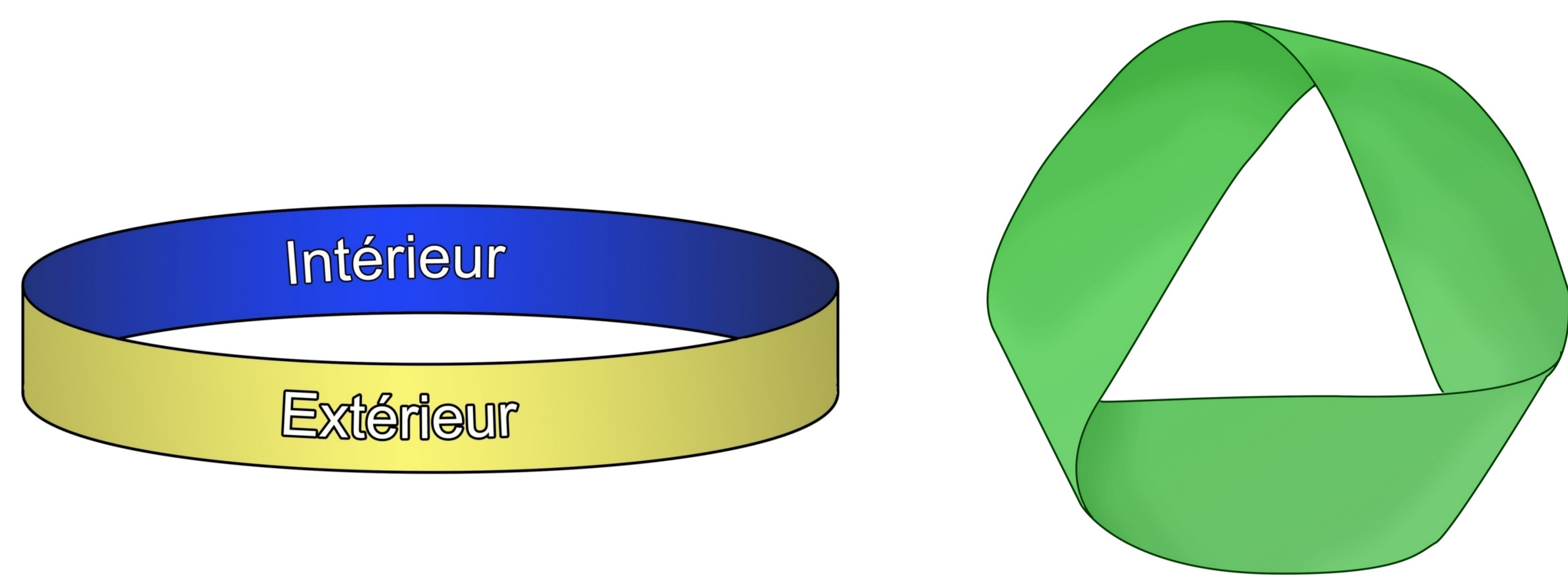
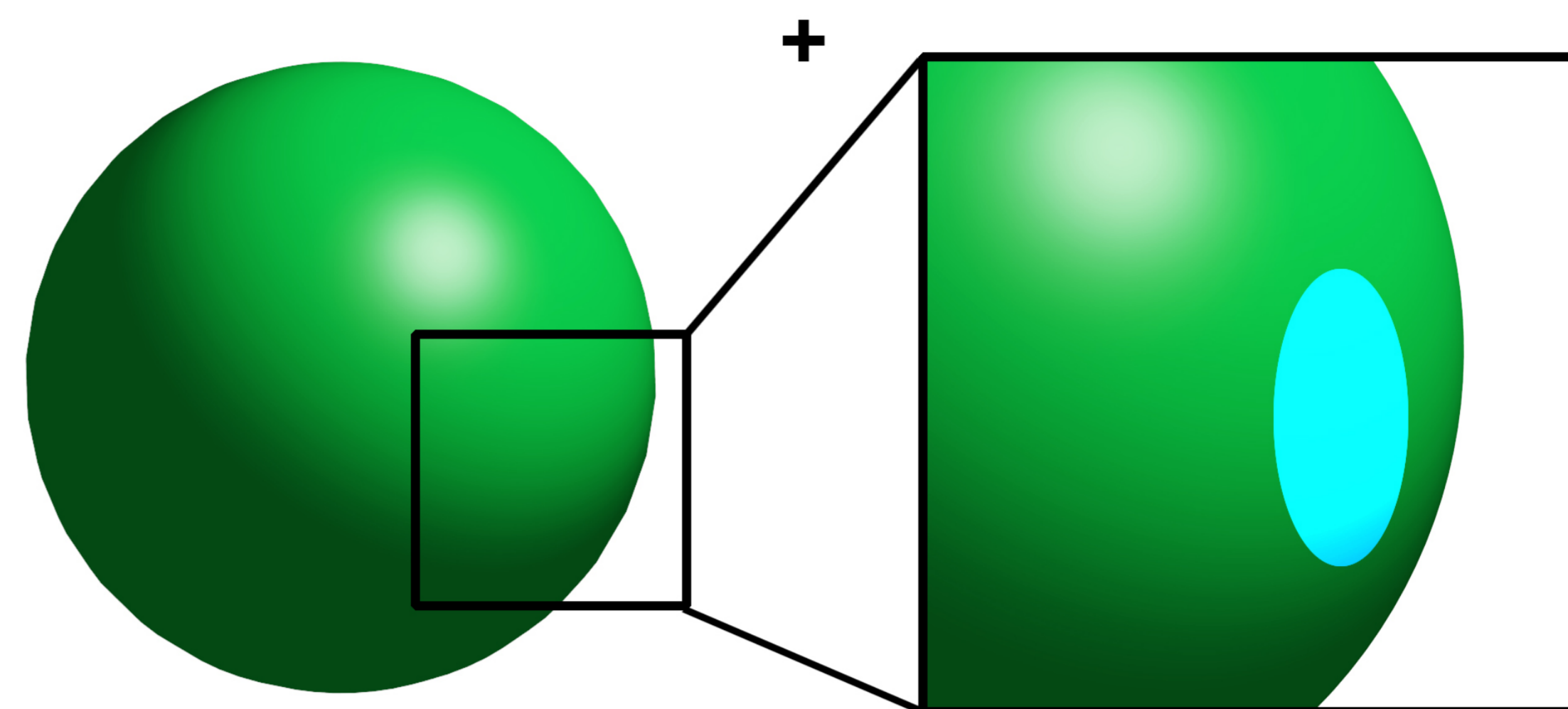
Une surface est un objet qui localement ressemble à un disque.

### Orientabilité

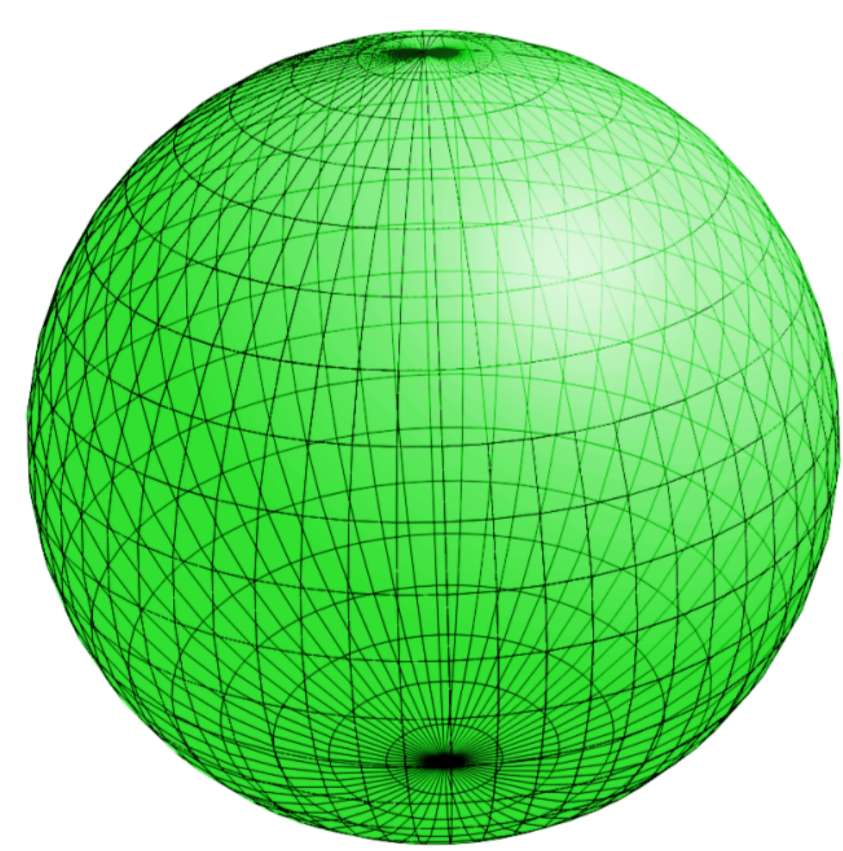
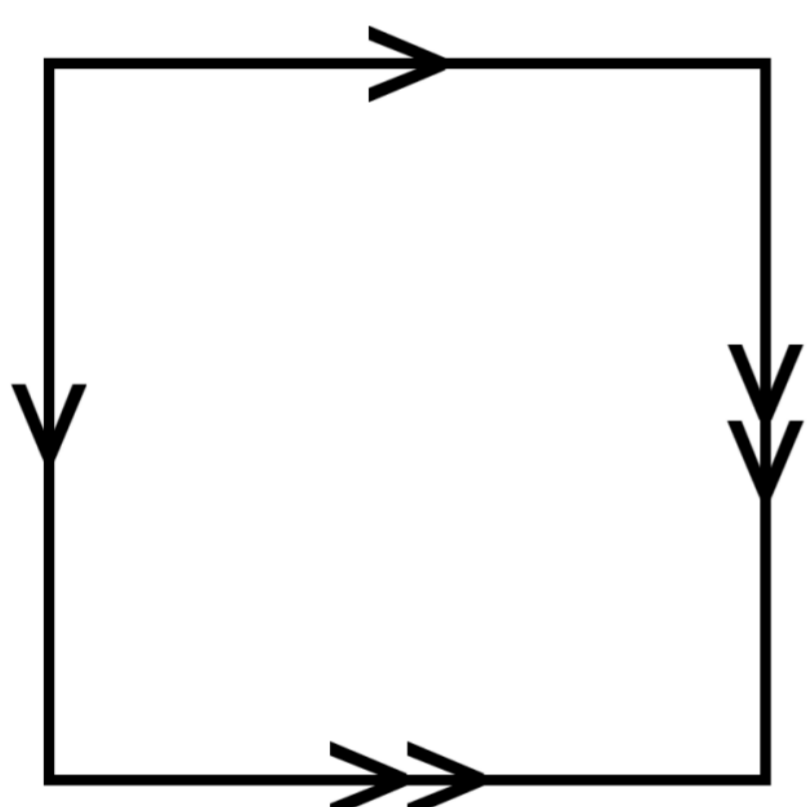
Pour certaines surfaces on distingue un intérieur et un extérieur, elles sont dites orientables. Les autres sont qualifiées de non-orientables.

### Exemples

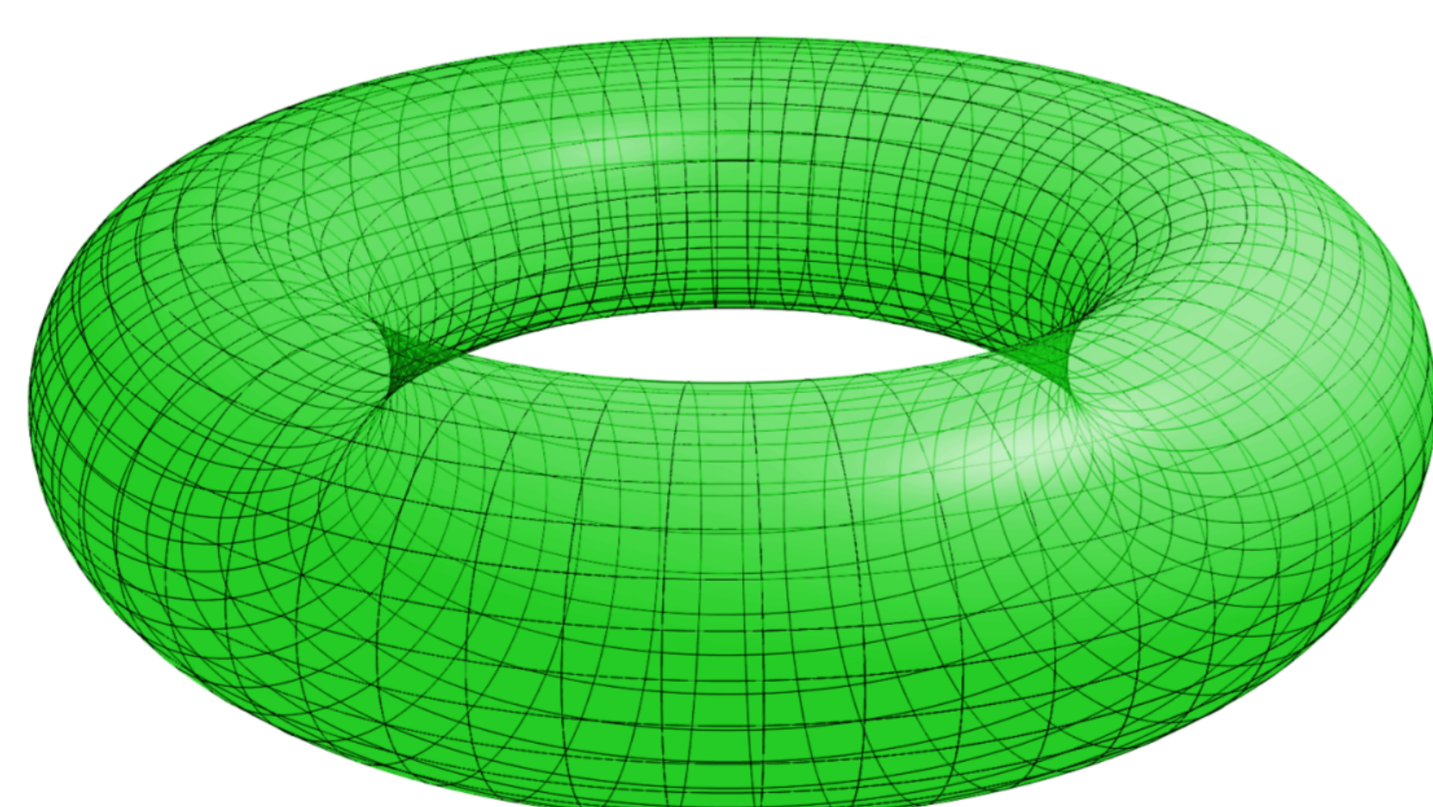
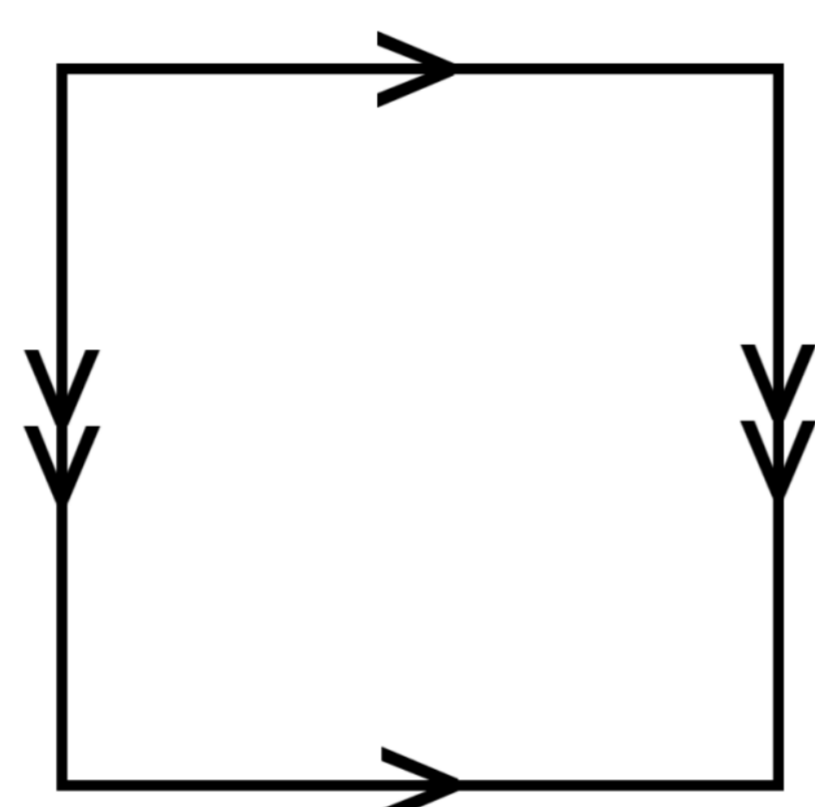
Des exemples de surfaces peuvent être obtenus en collant ensemble les bords d'un carré.



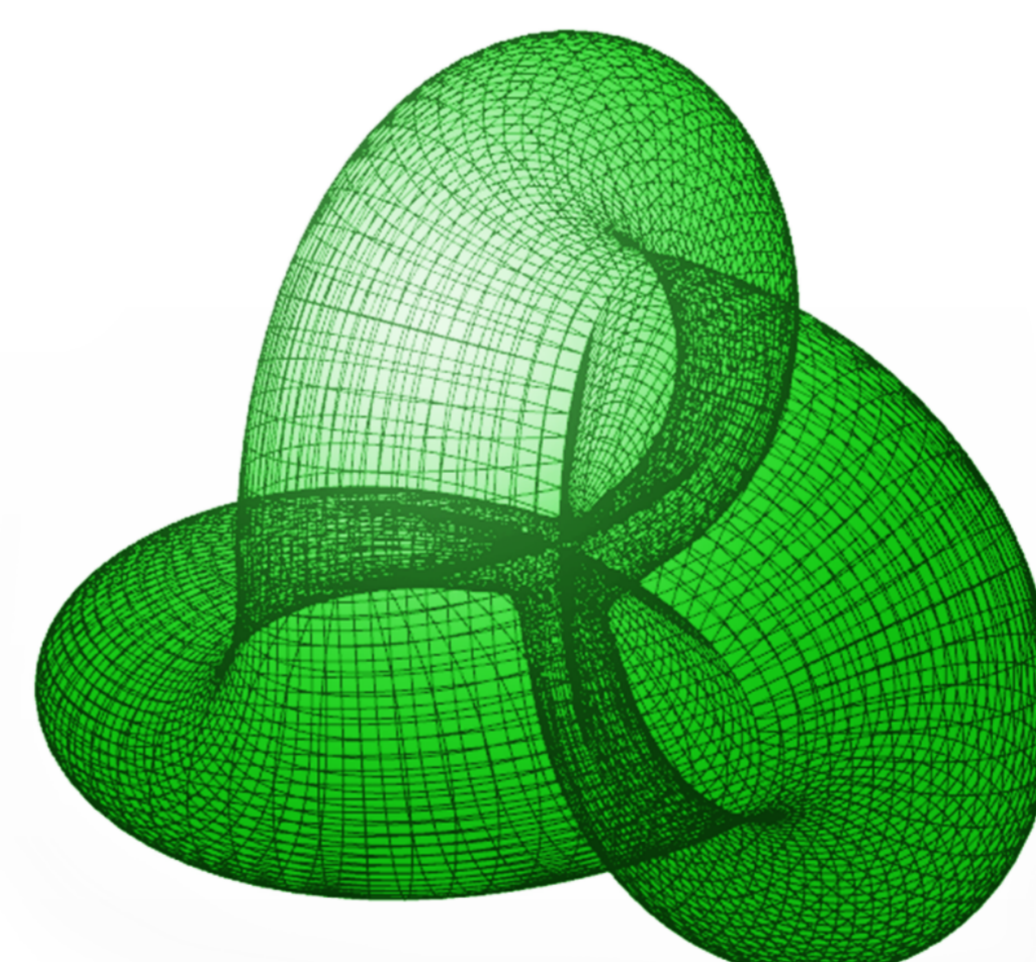
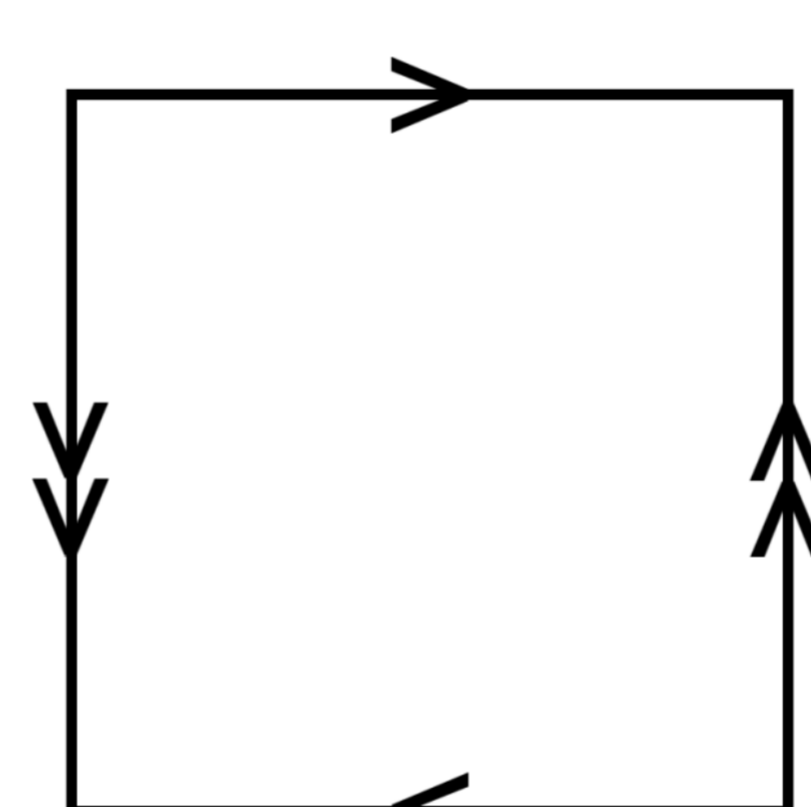
Sphère



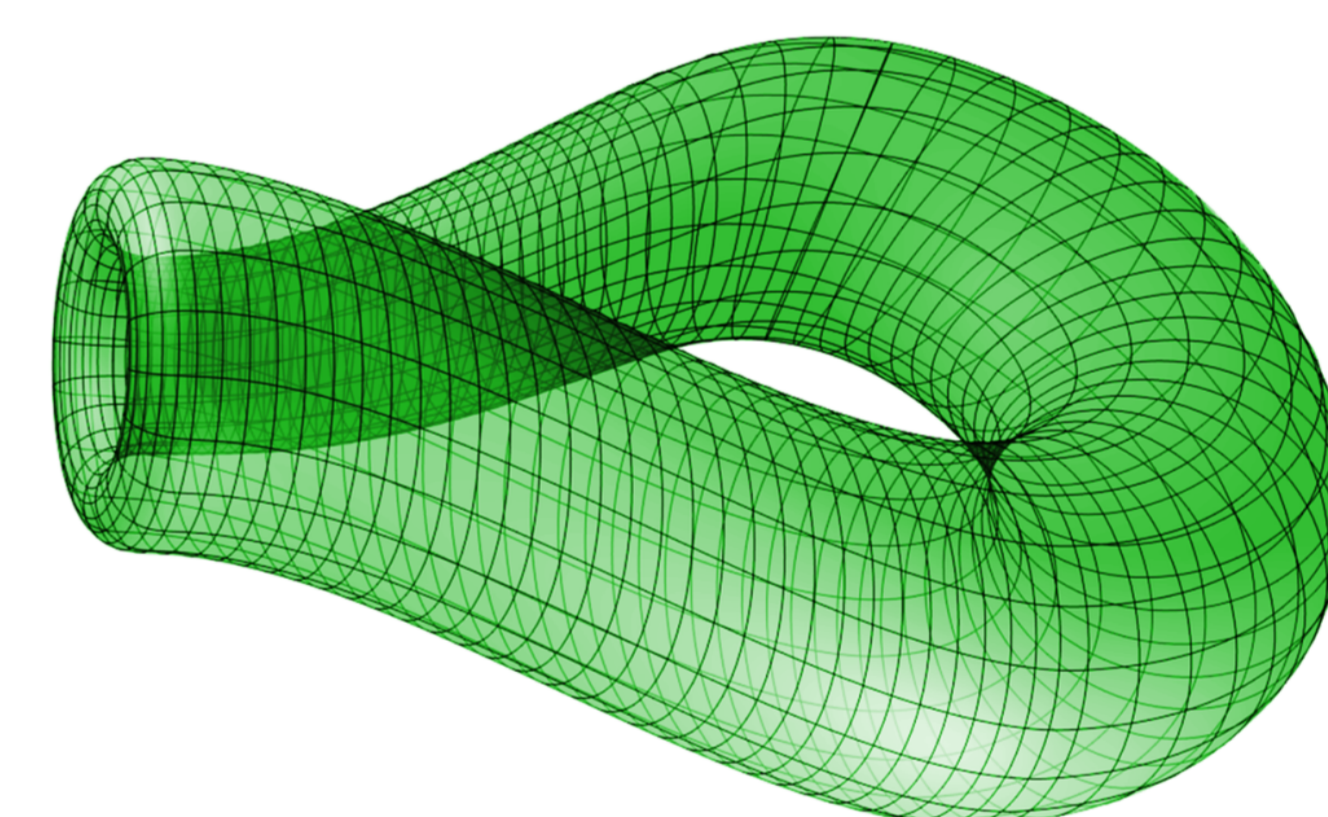
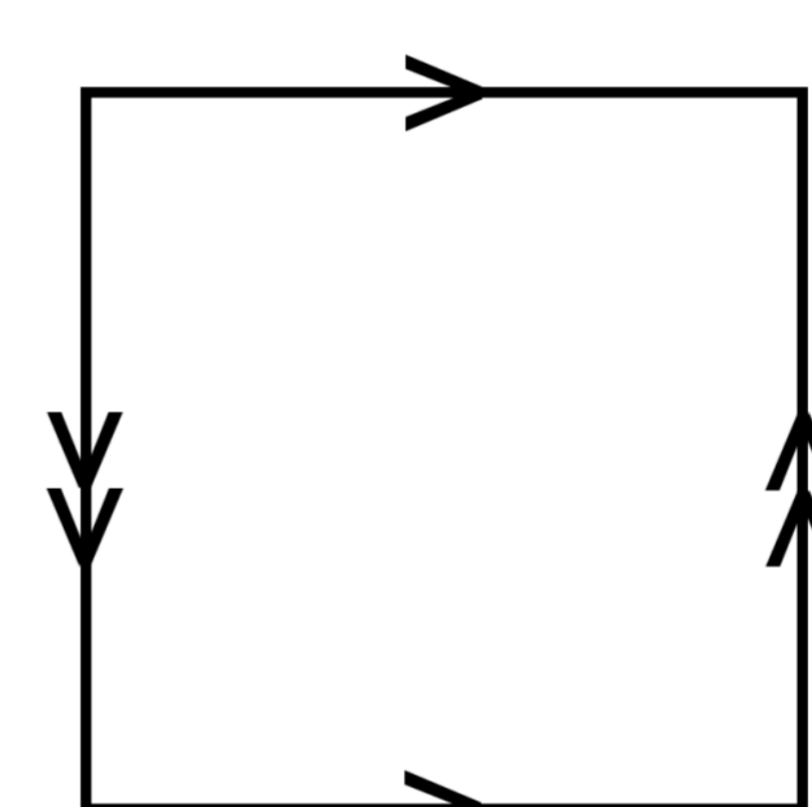
Tore



Plan projectif

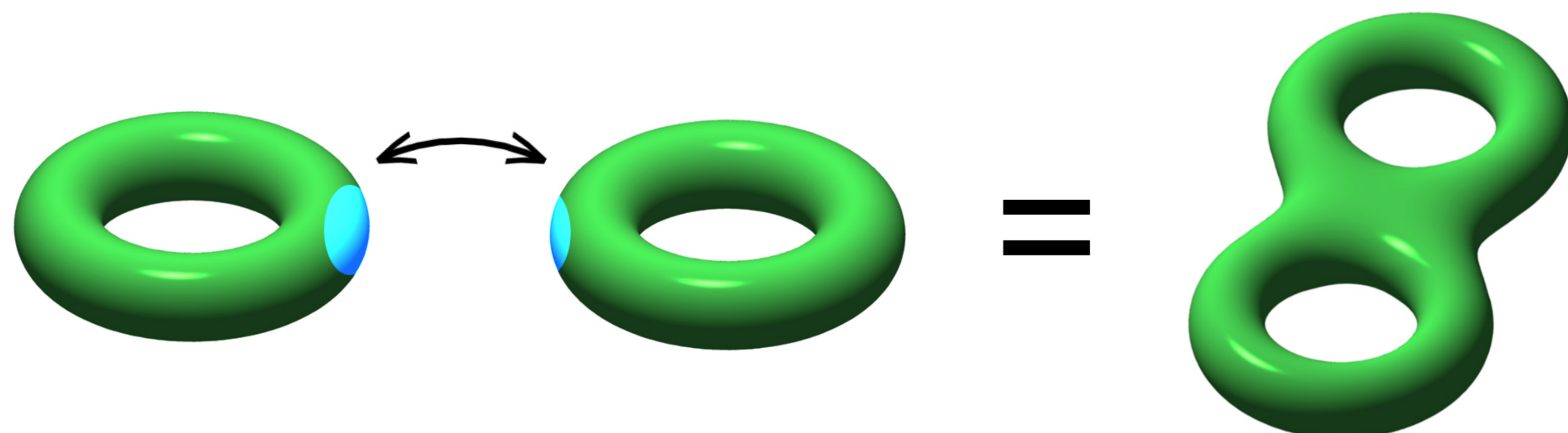


Bouteille de Klein



### Somme connexe

Faire la somme connexe de deux surfaces revient à enlever un disque à chacune d'elles et à joindre les bords de ces disques.



### Théorème de classification

A partir d'une sphère, d'un tore et d'un plan projectif, on peut engendrer toute surface fermée en les collant par somme connexe.



# Et si un cube était une sphère

Département de Mathématique

Xavier MAUQUOY, Dorian TIMMERMANS, Philippe TRANCHIDA et Matsvei TSISHYN

## Caractéristique d'Euler

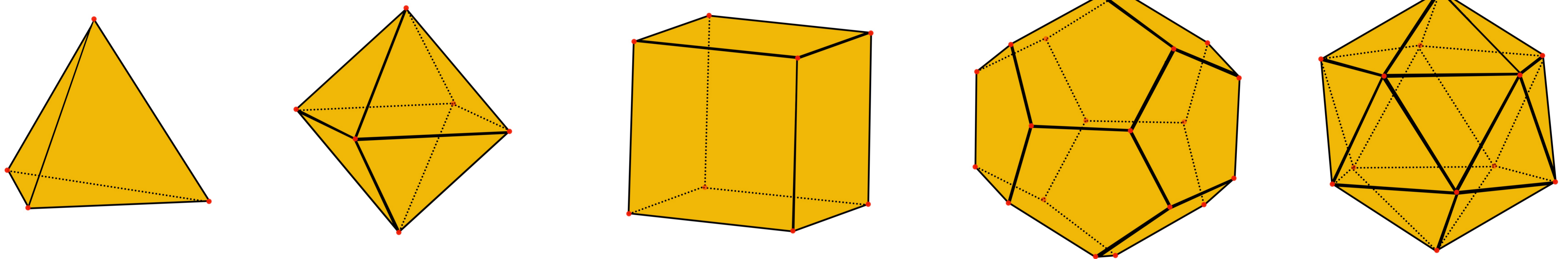
Tous les **polyèdres convexes** possèdent une même propriété: leur caractéristique d'Euler vaut 2.

Celle-ci se calcule en faisant la somme alternée des sommets, arêtes et faces.

$$S - A + F = 2$$

### Exemples

Les cinq solides platoniciens.



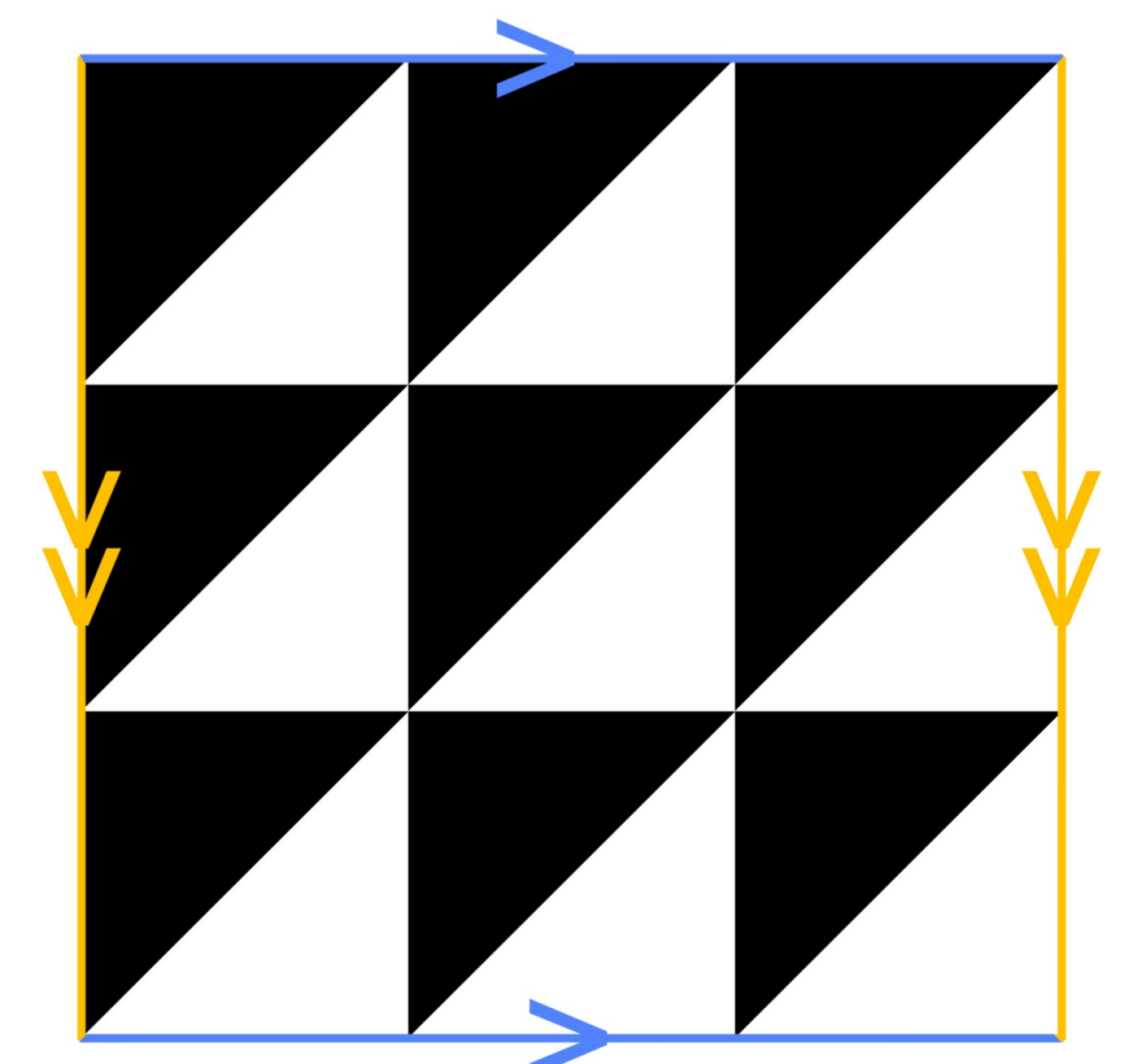
Les polyèdres convexes peuvent se représenter sous la forme de **graphes planaires**. Ils ont tous une caractéristique de 2.

On peut généraliser cette formule à des objets plus complexes, tels les surfaces orientables munies d'une **triangulation**.

Il faut pour cela recouvrir l'entièreté de la surface avec des triangles.



$$g = 1$$



$$9 - 27 + 18 = 0$$



$$g = 0$$

Le concept de triangulation peut se généraliser. Il est possible de recouvrir une surface avec des polygones quelconques. On obtient alors un **pavage**.

$$S - A + F = 2 - 2g$$