

EXPOSITION DES SCIENCES

Les défis de l'eau

19 > 24 mars 2013



ULB

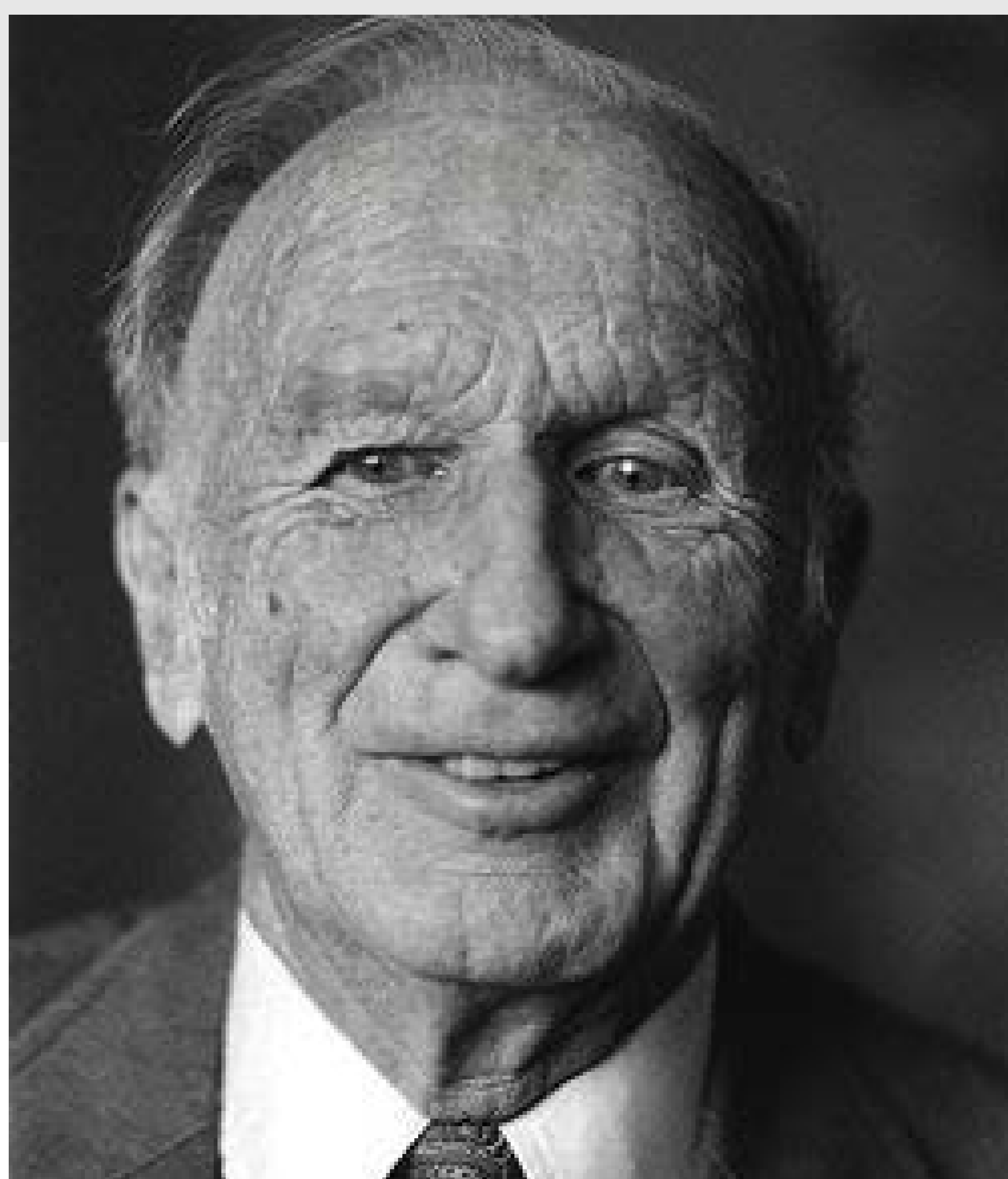
Le moulin de Lorenz

Département de Mathématique

Amandine LEVECO, Orlane COURTIAL, Cédric OMS et Thomas GILLES

Edward Lorenz

• Introduction



Né en 1917 (Connecticut, USA)

Décédé en 2008

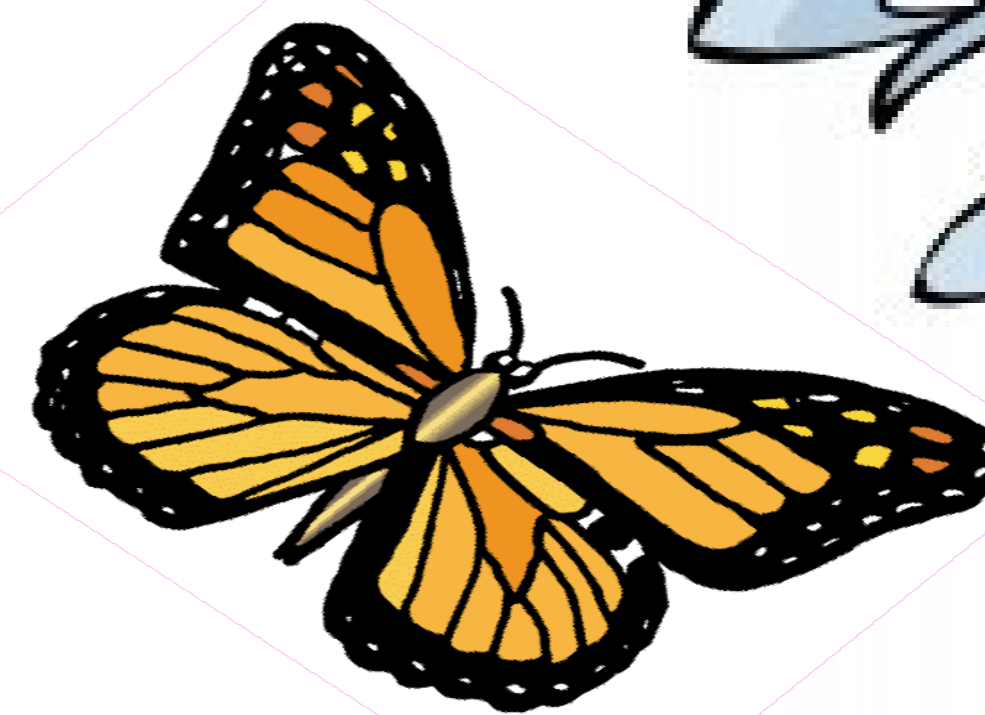
Mathématicien, météorologue et physicien

« Le battement des ailes d'un papillon au Brésil peut-il déclencher une tornade au Texas ? »

« Si le battement d'aile d'un papillon peut déclencher une tornade, il peut tout aussi bien l'empêcher. »

« Les petites perturbations ne modifient pas la **FREQUENCE** d'apparition des évènements tels que les ouragans. La seule chose qu'ils peuvent faire, c'est de modifier l'**ORDRE** dans lequel ils se passent. »

www.funfou.com



fr.123rf.com

• Effet papillon

Il y a une vraie idée scientifique derrière ces citations : la sensibilité aux conditions initiales, caractéristique de la théorie du chaos.

EXPOSITION DES SCIENCES

Les défis de l'eau

19 > 24 mars 2013



ULB

Le moulin de Lorenz

Département de Mathématique

Amandine LEVECO, Orlane COURTIAL, Cédric OMS et Thomas GILLES

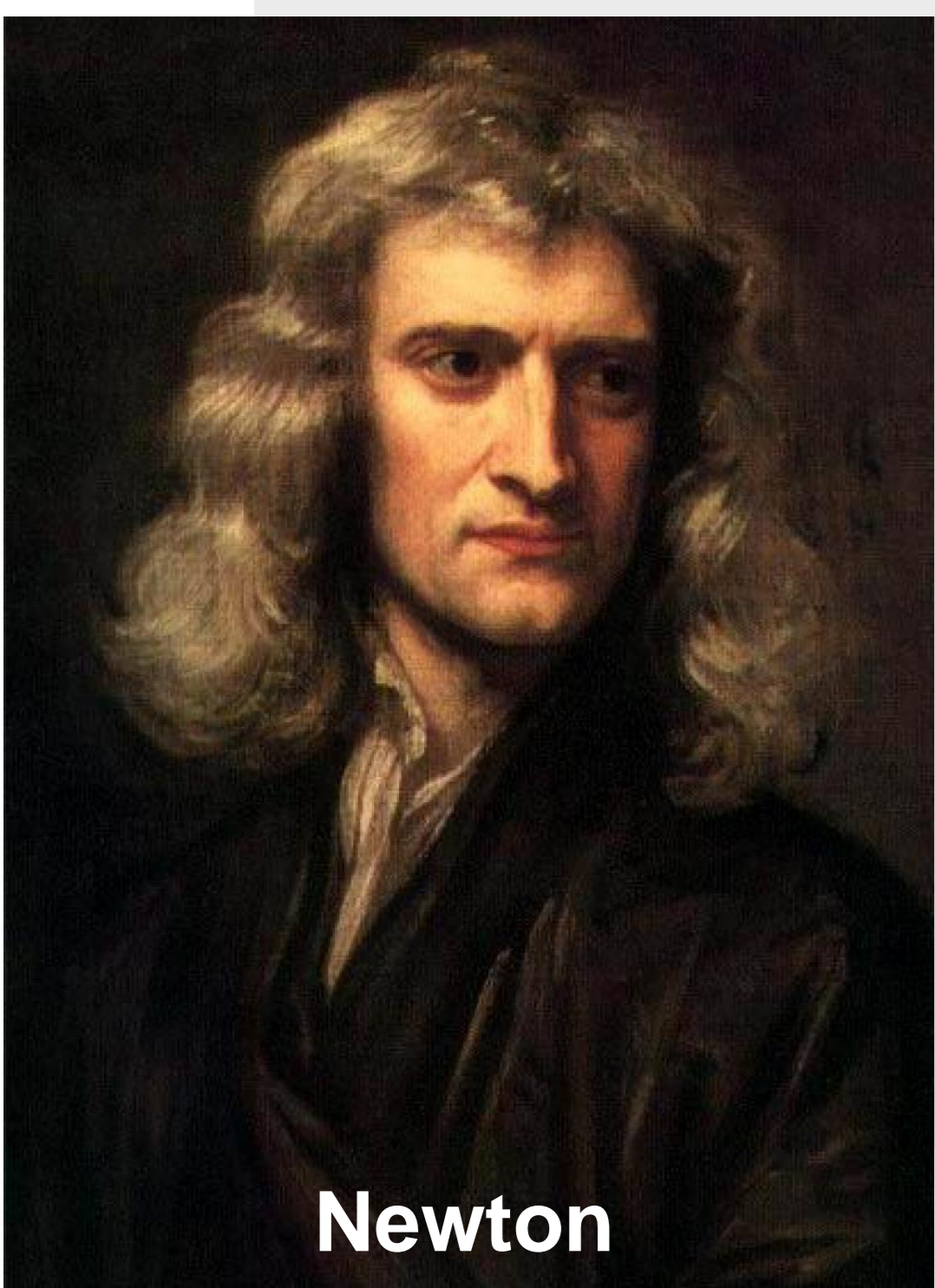
La théorie du chaos

L'idée de dépendance sensible aux conditions initiales n'est pas nouvelle :

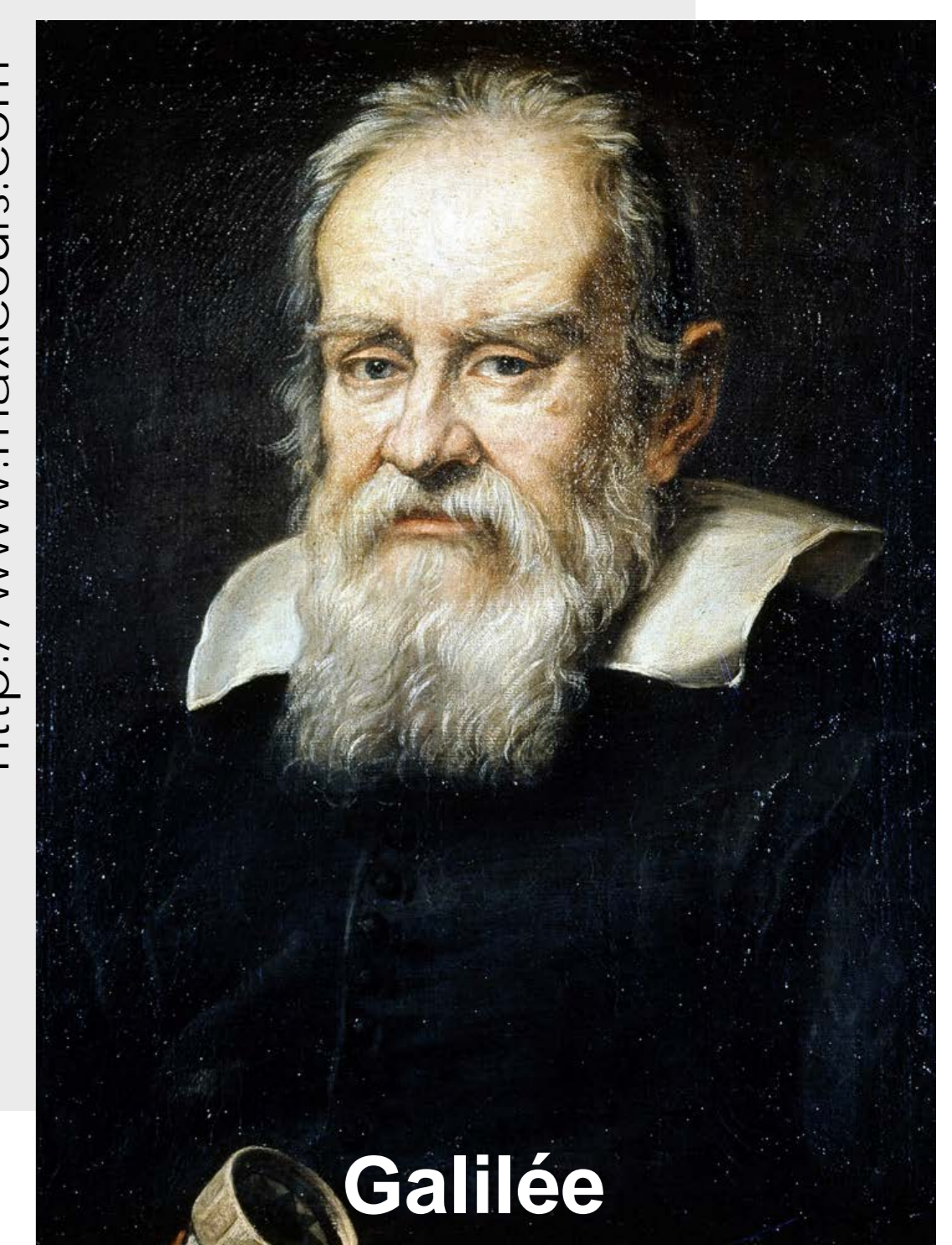
- **Déterminisme**

Galilée et Newton sont à la base d'une idée très importante : **le déterminisme**.

Si on connaît les forces appliquées à un système et si on connaît position et vitesse initiales, on peut prévoir le futur de la trajectoire.



Newton



Galilée

- **Les premiers pas de la théorie du chaos**

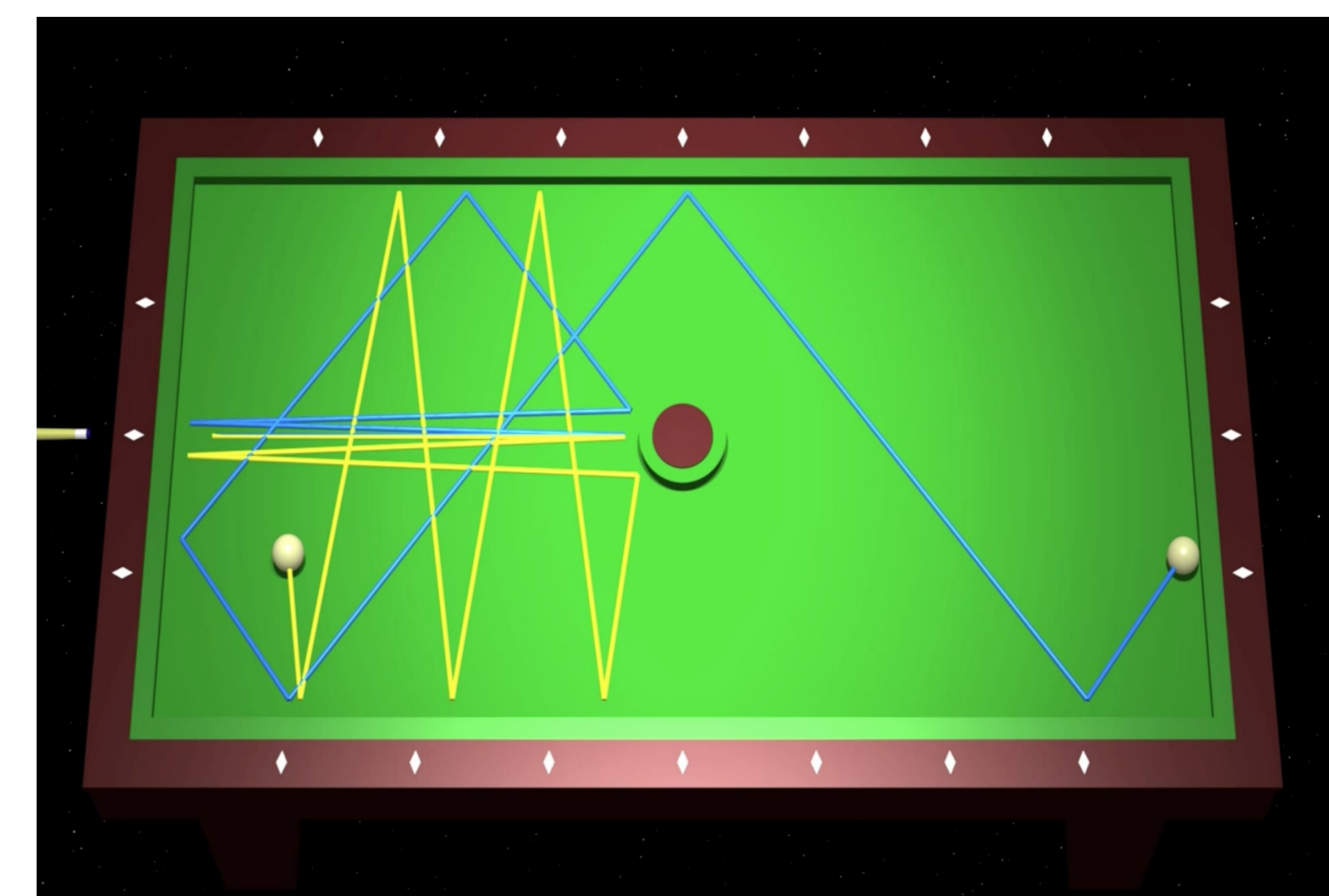


Poincaré

« Une petite erreur dans les conditions initiales produit une erreur énorme sur les phénomènes finaux »

Exemples :

- L'aiguillage d'une gare (Maxwell)
- Une boule de billard:



www.chaos-math.org

- **L'essentiel du chaos**

Terme officiellement adopté en 1975 : comportement inconstant et imprévisible de certains systèmes dynamiques, décrivant une sensibilité aux conditions initiales.

Exemples de mouvements chaotiques : le pendule double, le moulin de Lorenz, etc.

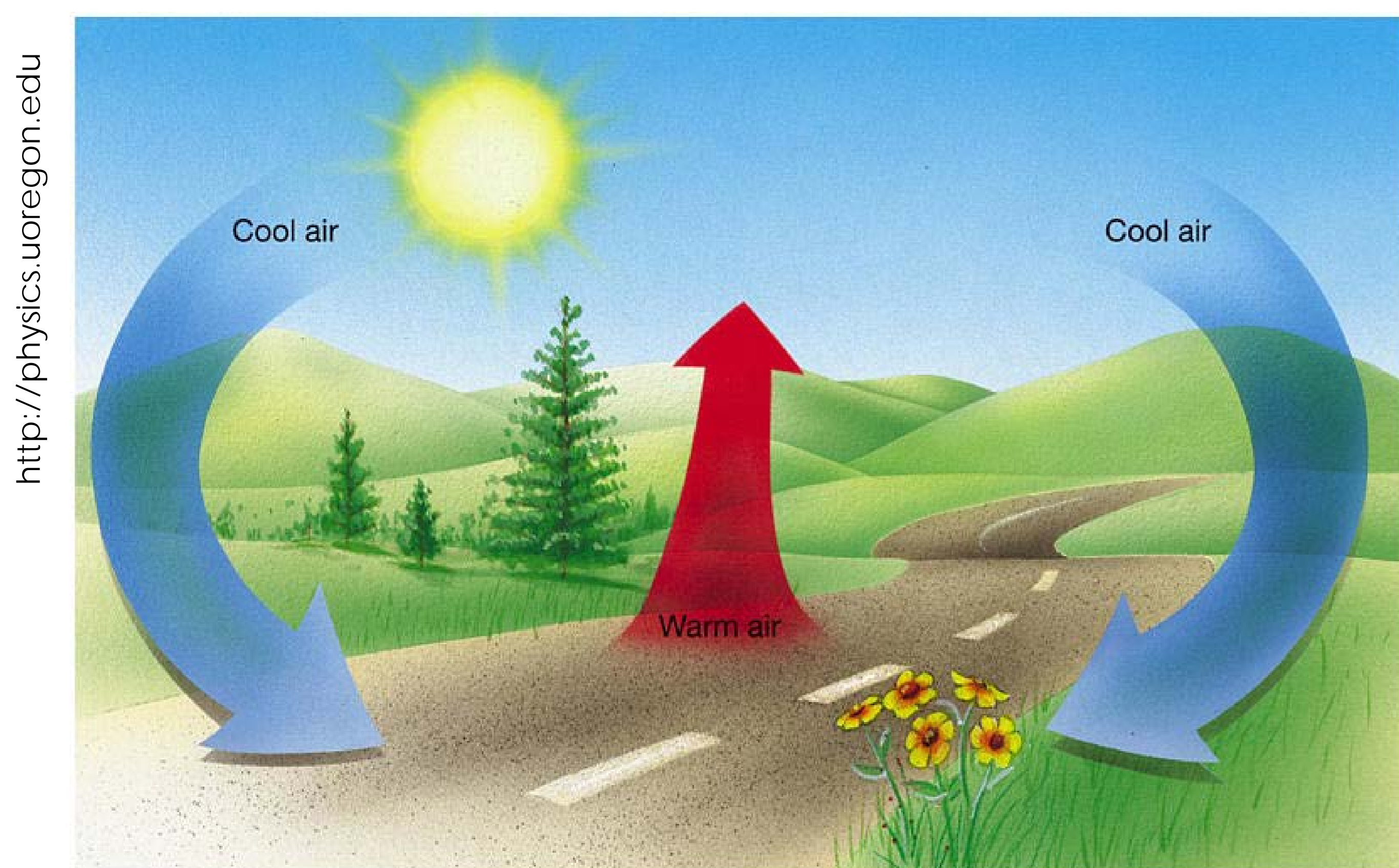


Le moulin de Lorenz

Département de Mathématique

Amandine LEVECO, Orlane COURTIAL, Cédric OMS et Thomas GILLES

Le moulin de Lorenz



Lorenz voulait modéliser l'atmosphère afin de pouvoir faire des prédictions météorologiques.

• Equations de Lorenz

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(x - y) \\ \dot{y} = x(\rho - z) - y \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases}$$

avec $\rho, \beta, \sigma > 0$

Lorenz eut l'idée de simplifier un système d'équations compliqué afin de pouvoir étudier celui-ci.

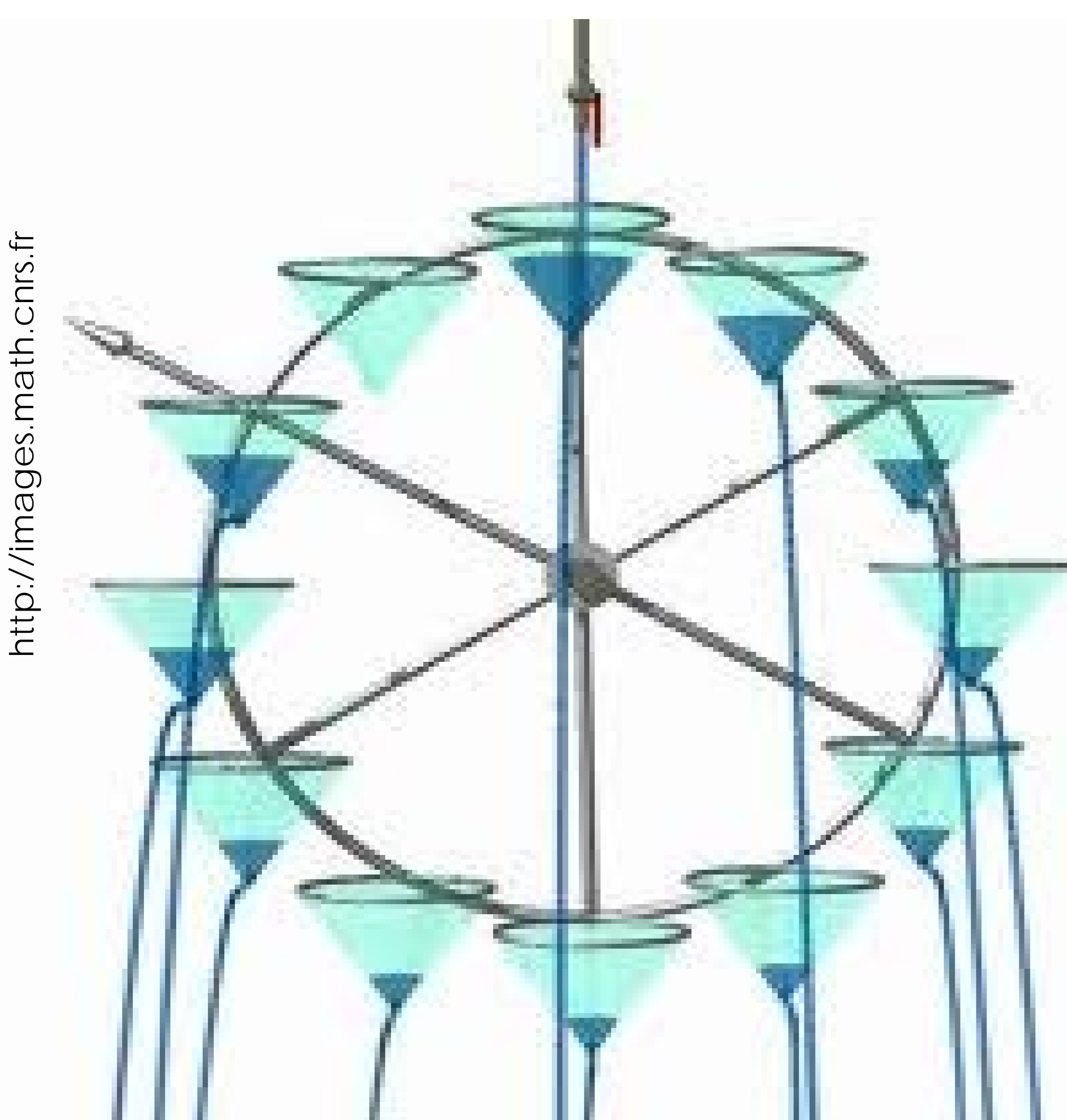
<http://itplanesolution.com>

• Roue de Lorenz

1973 : Malkus et Howard étudièrent le mouvement d'un moulin inclinable.

Surprise

Le mouvement est décrit exactement par les équations de Lorenz.



EXPOSITION DES SCIENCES

Les défis de l'eau

19 > 24 mars 2013



ULB

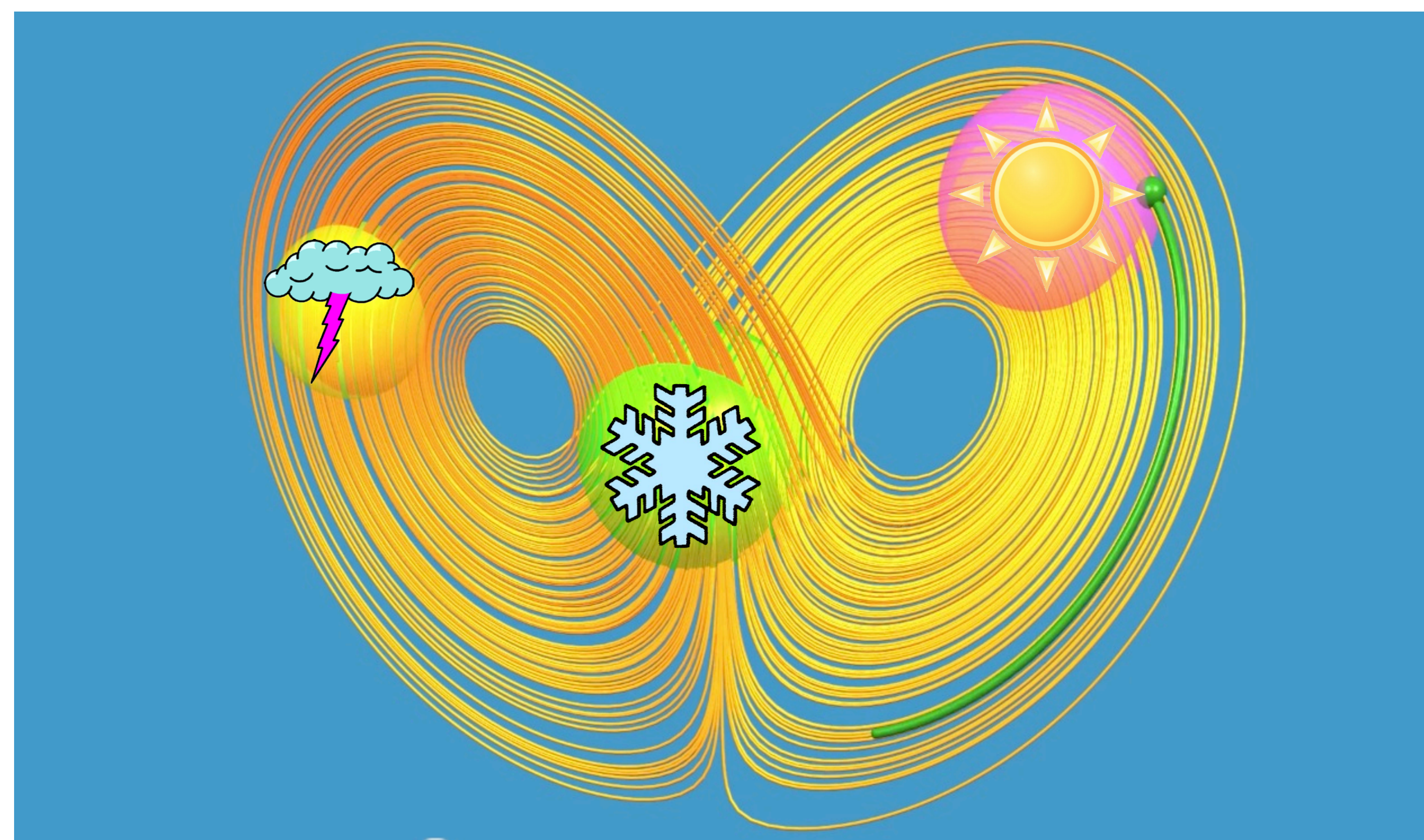
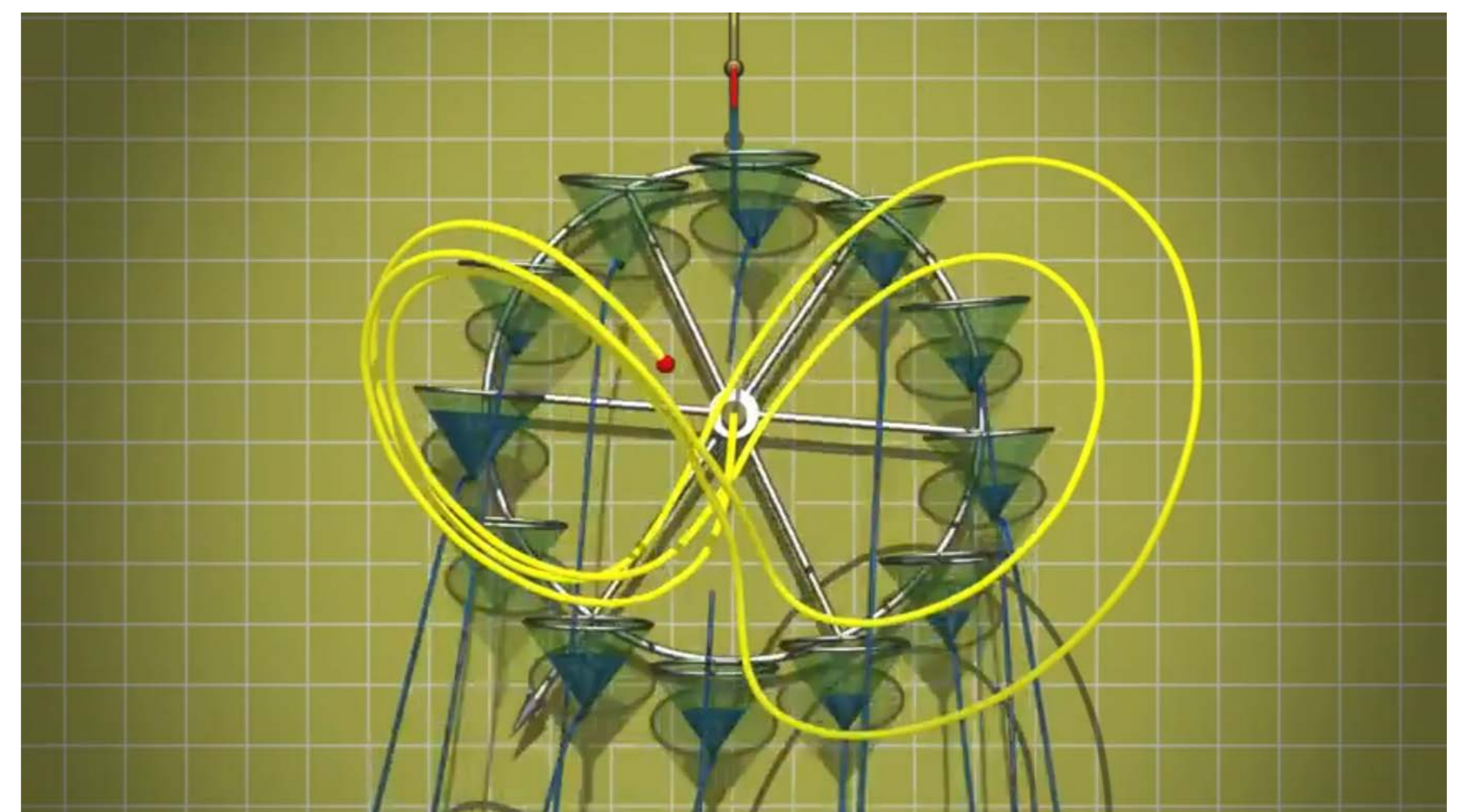
Le moulin de Lorenz

Département de Mathématique

Amandine LEVECO, Orlane COURTIAL, Cédric OMS et Thomas GILLES

Lien avec la météo

Dans l'espace, l'évolution de la vitesse angulaire et de la position (x,y) du barycentre de la roue décrit un attracteur.



Chaque point représente un état de l'atmosphère. On s'intéresse à une trajectoire partant d'une condition initiale donnée.

En prenant trois conditions initiales différentes et en s'intéressant au temps moyen de passage dans une boule, on obtient trois courbes bien distinctes mais qui convergent vers une même limite.

