

## *Le moulin de Lorenz*

Edward Lorenz (1917-2008), à la fois mathématicien, physicien et météorologue, avait pour but de modéliser de manière simple l'atmosphère.

Dans les années 70, deux chercheurs, Malkus et Howard, créèrent un moulin à eau. En étudiant les mouvements de celui-ci, ils trouvèrent un lien avec le travail de Lorenz.

De là est né le Moulin de Lorenz.

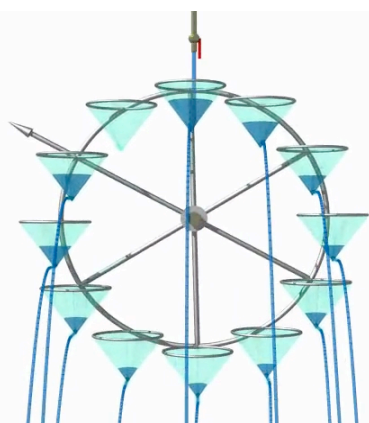
La prédiction des mouvements de l'atmosphère dépend d'un grand nombre (peut-être infini) de variables. Ceci se traduit mathématiquement par un système d'équations très compliqué, donc difficile à résoudre pour l'homme, même équipé de machines très puissantes. De plus, il est hautement sensible aux conditions initiales, caractéristique principale d'un mouvement chaotique.

Afin de pouvoir résoudre ce système, Lorenz proposa à la fin des années 50, des simplifications et approximations pour ramener finalement ce système compliqué à un système de trois équations. Il s'intéressa aux solutions représentées sur un graphique en 3 dimensions. A l'époque, les ordinateurs étaient beaucoup moins performants. Pour réduire le temps de calcul, il se limita à trois chiffres après la virgule. En comparant ces calculs avec les chiffres exacts, il constata une différence frappante. Il en déduisit la grande importance de la précision des conditions initiales : c'est le principe du chaos.

Le concept de l'effet papillon fut ainsi introduit au grand public par Lorenz. *“Le battement d'ailes d'un papillon au Brésil peut-il déclencher un ouragan au Texas ?”* fut l'intitulé d'une de ses conférences. *“Si un battement d'ailes d'un papillon peut engendrer un ouragan, la même chose est vraie pour tous les autres battements d'ailes du même papillon, mais aussi pour les battements d'ailes des millions d'autres papillons, sans parler de l'influence des activités des innombrables autres créatures plus puissantes, comme les hommes par exemple !”*

Suite à son travail, de nombreux scientifiques s'intéressèrent à la théorie du chaos.

Parmi eux, Malkus et Howard eurent un rôle important. En effet, ils créèrent un moulin qui permit par la suite une interprétation du “butterfly effect”. Le fonctionnement du moulin est le suivant : des récipients percés dans le fond, fixés au moulin, se remplissent à l'aide d'une arrivée d'eau et se vident au cours du temps.



<http://images.math.cnrs.fr/Le-moulin-a-eau-de-Lorenz.html>

Un mouvement chaotique est induit. En effet, il n'y a aucune régularité dans celui-ci, et il semble impossible de prédire dans quel sens et avec quelle vitesse la roue tournera dans les prochaines secondes. De légères perturbations dans les conditions initiales peuvent complètement changer le mouvement de la roue. Par exemple, une toute petite modification de la position de départ, de quelques millièmes de degrés, modifie de manière significative le mouvement au bout

de quelques secondes à peine.

Pourtant, en principe, la physique affirme qu'en connaissant position et vitesse initiales, on peut prédire mathématiquement les mouvements futurs. Pourquoi n'est-ce pas le cas ici ? Le problème est que l'on ne connaît pas réellement les conditions initiales, nos appareils de mesure ne pouvant

qu'approcher celles-ci. Or, dans un mouvement chaotique, ces erreurs de mesure ont des conséquences extrêmes.

Ils s'intéressèrent alors de plus près au mouvement de la roue. Afin de décrire celui-ci, ils introduisirent les trois paramètres suivants : la vitesse angulaire (la vitesse à laquelle la roue tourne), l'abscisse et l'ordonnée du centre de gravité. Ils mirent en équations le problème et retrouvèrent le système à 3 équations de Lorenz, mentionné plus haut.

En traçant un graphique en 3 dimensions de l'évolution de ces trois nombres, on obtient un objet mathématique bien particulier, appelé aujourd'hui attracteur de Lorenz.



*Attracteur de Lorenz*

[http://www.youtube.com/watch?v=0FX-1\\_RDe64](http://www.youtube.com/watch?v=0FX-1_RDe64)

En résumé, il est très difficile, voire impossible, de prédire la trajectoire future de la roue.

Pourtant, si l'on s'intéresse à la trajectoire de plusieurs roues partant de conditions initiales différentes, on constate tout de même une certaine uniformité, mais d'un point de vue statistique ou probabiliste. L'expérience suivante permet d'observer cette régularité :

On observe un moulin, on reporte les vitesses angulaires mesurées dans un diagramme en bâtons. On répète l'opération sur le moulin, mais sous différentes conditions initiales. On obtient alors des diagrammes très similaires. Plus le nombre de mesures est élevé, plus ces diagrammes tendront à l'identique.

En conclusion, malgré la présence d'un mouvement chaotique, le moulin reste néanmoins statistiquement invariant.

La roue et les conditions météorologiques étant représentées par le même type d'attracteur, Lorenz essaya de faire un parallèle entre les deux. Même s'il était conscient de la grande simplicité de son modèle, il remarqua que le moulin, et donc sa version simplifiée de l'atmosphère, étaient statistiquement insensibles aux conditions initiales (c'est-à-dire que la probabilité d'apparition d'un état sur le long terme restera identique, même avec des modifications dans les conditions initiales). Mais peut-on réellement généraliser ces conclusions à l'atmosphère elle-même? La question fait actuellement débat dans le monde scientifique.