

JEUX & ENJEUX ÉNERGÉTIQUES

Département de Mathématique

Boland Mickaël, Damoiseau Vincent, Heyder Jérôme, Konen Guillaume, Laddomada Enrico

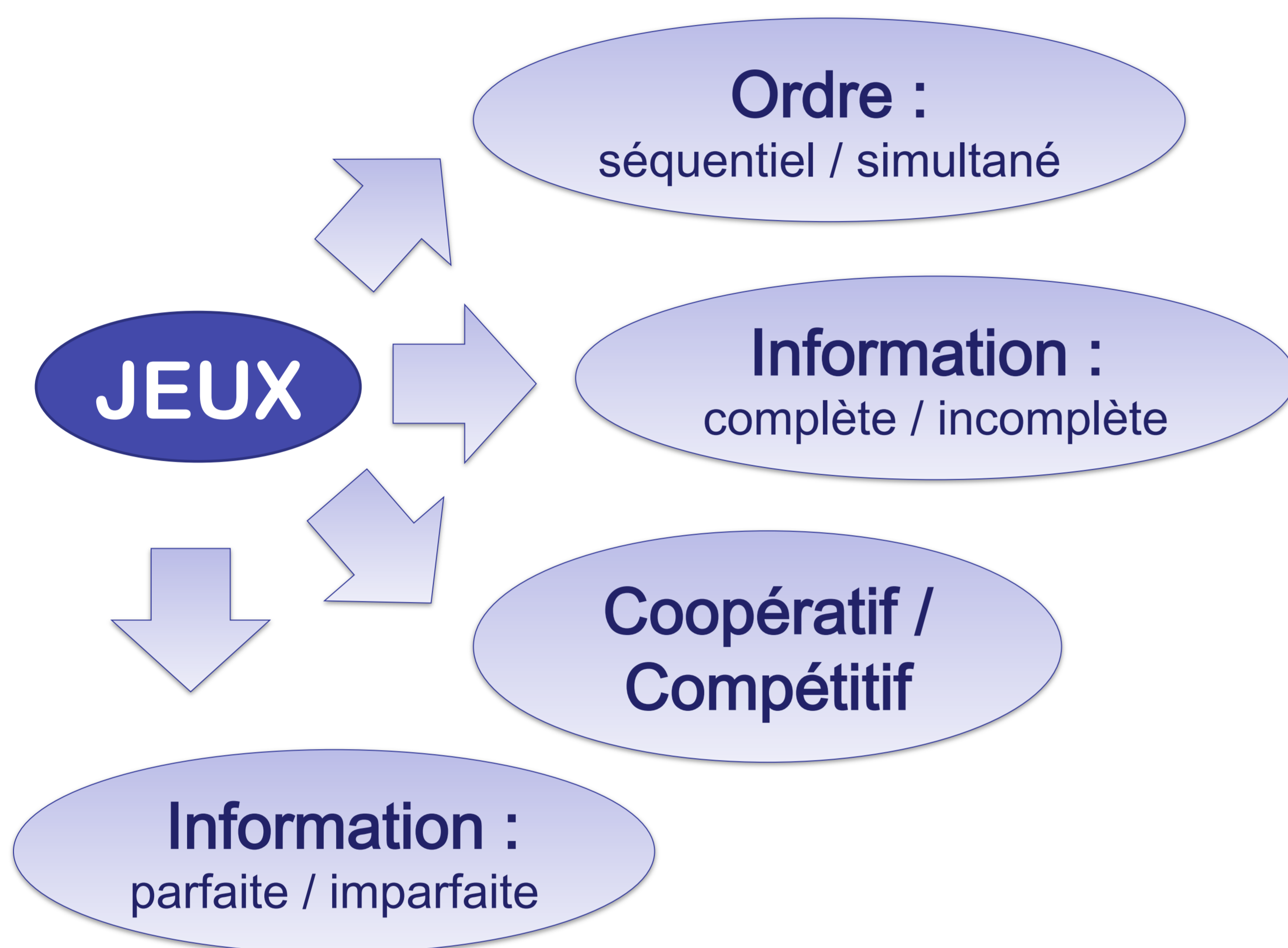
THÉORIE DES JEUX

Un **jeu** est une situation d'interactions entre plusieurs **joueurs** qui ont pour but de maximiser leurs **gains** en fonction des **stratégies** choisies.



John Von Neumann, 1903-1957
Los Alamos scientific: Beginning of an era.

John Von Neumann et Oskar Morgenstern ont été les premiers à établir un formalisme complet dans l'ouvrage intitulé «*Theory of Games and Economic Behavior*».



Hypothèses de jeu :

- Les joueurs sont rationnels c-à-d cherchent à maximiser leurs gains individuels.
- Les joueurs tiennent compte de toute l'information dont ils disposent.

Selon les stratégies choisies par tous les joueurs, on obtient une issue de jeu qui attribue un gain différent à chacun d'entre eux.

Équilibre de Nash : Issue de jeu telle qu'aucun joueur ne regrette sa stratégie.

Une stratégie A **domine** une stratégie B si quelles que soient les stratégies des adversaires, le gain que le joueur obtient en choisissant A est meilleur que celui que B lui apporte.

Une stratégie est dite **dominante** si elle domine toutes les autres stratégies.

Théorème : S'il existe une stratégie dominante pour chaque joueur, alors il existe un **équilibre de Nash**. La réciproque n'est pas forcément vraie.

Équilibre avec stratégies dominantes

			Nucléaire	Renouvelable
Nucléaire			(30;30)	(70;20)
Renouvelable			(20;70)	(50;50)

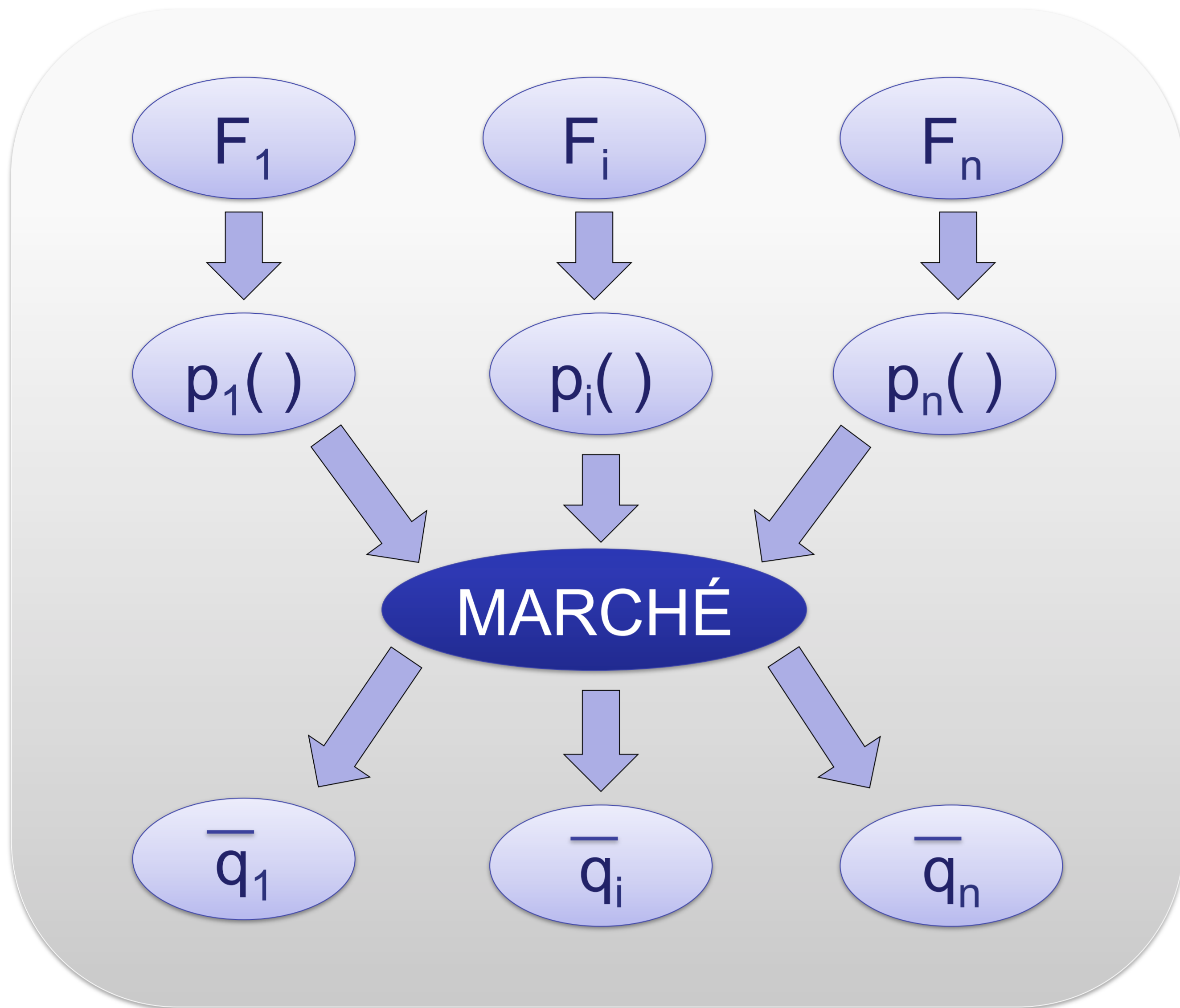
On peut observer ici un **équilibre de Nash** et un **optimum**.

Équilibre sans stratégie dominante

			Nucléaire	Renouvelable
Nucléaire			(30;30)	(20;20)
Renouvelable			(20;80)	(40;40)

On a un **équilibre de Nash** mais aucune stratégie dominante pour la France.

APPLICATION AU MARCHÉ DE L'ÉLECTRICITÉ



Source: Using game theory for the electricity market, INRIA, 2005

Présentation du jeu

Soient F_1, \dots, F_n des fournisseurs en énergie et un marché. Ils représentent ensemble les $n+1$ joueurs.

- Les fournisseurs proposent leurs fonctions du prix unitaire.
- Le marché choisit, en fonction des prix, la quantité d'énergie à acheter à chaque fournisseur.

Objectifs des joueurs

- Les fournisseurs veulent maximiser leurs parts de marché.
- Le marché veut acheter à moindre prix.

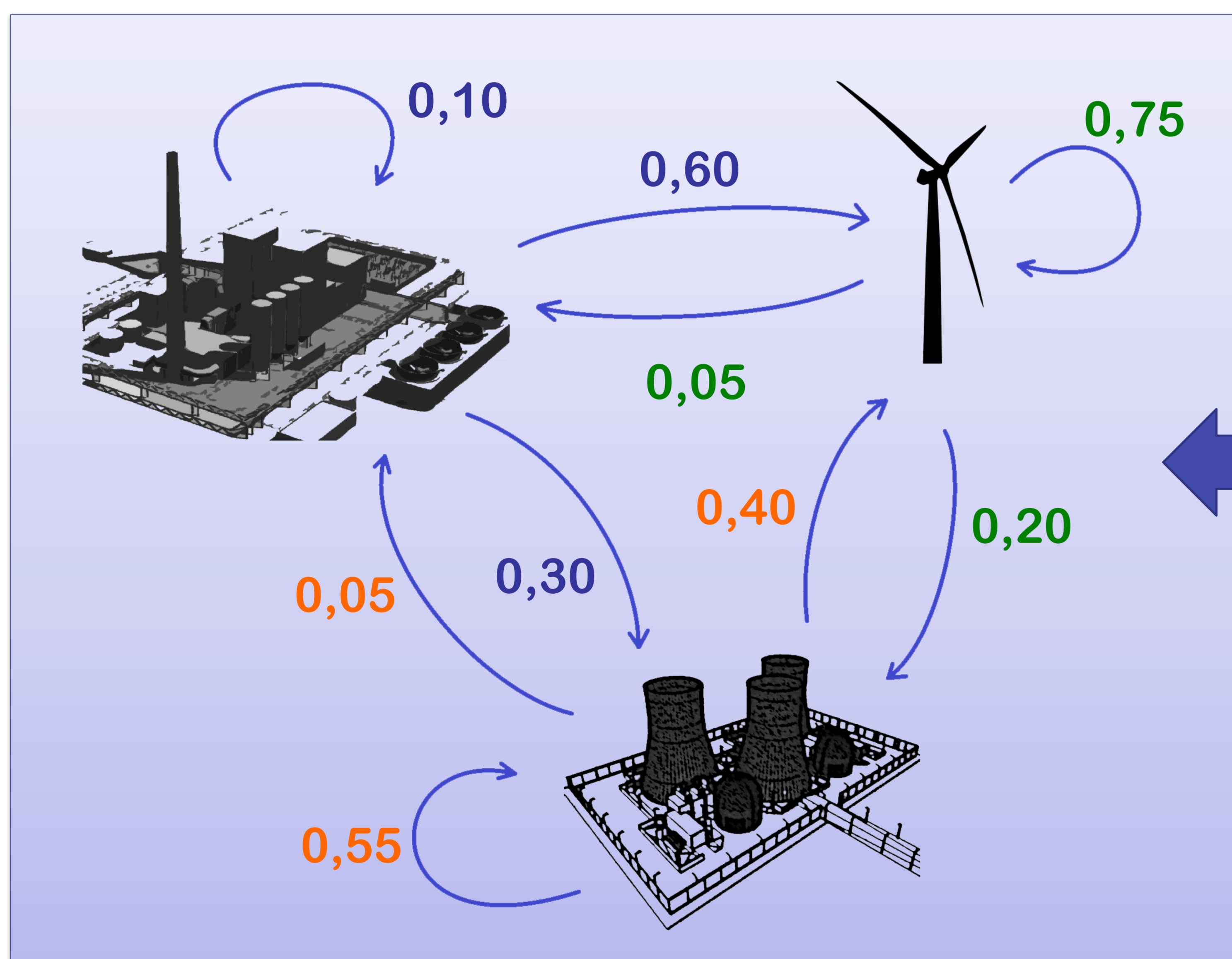
Hypothèses

- La demande et le prix sont constants.
- Toutes les entreprises ont des capacités de production limitées.

Soit L_i la fonction qui détermine le prix unitaire minimal que le fournisseur F_i peut proposer pour chaque quantité.

Théorème : Si pour tout i , L_i est continue par morceaux, non décroissante et si certaines conditions supplémentaires sont vérifiées, alors il existe au moins un **équilibre de Nash**.

CHAÎNES DE MARKOV



Situation actuelle : $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,54 & 0,40 & 0,06 \end{bmatrix}$

Matrice de transition : $P = \begin{bmatrix} 0,55 & 0,05 & 0,40 \\ 0,30 & 0,10 & 0,60 \\ 0,20 & 0,05 & 0,75 \end{bmatrix}$

Intérêt : $X^{(1)} = X^{(0)} * P$
 $X^{(2)} = X^{(1)} * P = X^{(0)} * P^2$
 \dots
 $X^{(n)} = X^{(n-1)} * P = X^{(0)} * P^n$

$$\begin{bmatrix} 0,54 & 0,40 & 0,06 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,55 & 0,05 & 0,40 \\ 0,30 & 0,10 & 0,60 \\ 0,20 & 0,05 & 0,75 \end{bmatrix}^{40} = \begin{bmatrix} 0,31 & 0,05 & 0,64 \end{bmatrix}$$

Situation dans 40 ans

Propriété de Markov :

La distribution conditionnelle de probabilité des états futurs, étant donné les états passés et l'état présent, ne dépend que de l'état présent.

A partir d'un certain temps, on observe que l'on tend vers une loi de probabilité (indépendamment de la loi initiale), celle-ci privilégiant les énergies renouvelables en vue des réserves terrestres qui s'amenuisent.

Théorème : Soit une chaîne de Markov dont l'espace d'états est fini. Si la chaîne est irréductible et apériodique alors P^n converge vers une matrice dont chaque ligne est l'unique distribution stationnaire. En particulier, la loi de $X^{(n)}$ converge indépendamment de la loi initiale.