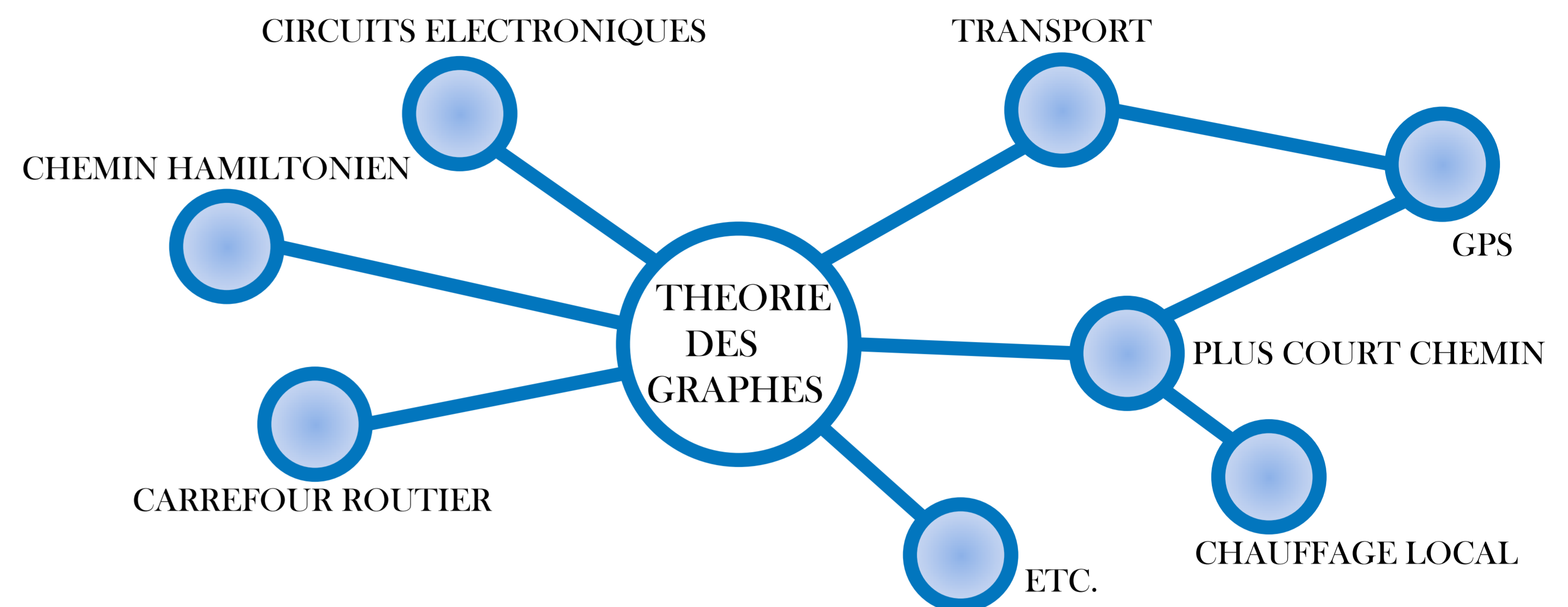


Les graphes: le plus court chemin pour une économie d'énergie

R. Marin Ponce, J. Neven, C. Sinner, E. Winnelinckx
Département de Mathématique

Un **graphe** est un ensemble de points, appelés sommets, dont certains sont reliés entre eux par des segments, appelés arêtes.

Exemple concret	Sommets	Arêtes
Réseaux routiers	Villes	Routes
Réseaux d'ordinateurs	Ordinateurs/routeur	WIFI
Réseaux sociaux	Personnes	Liens d'amitié



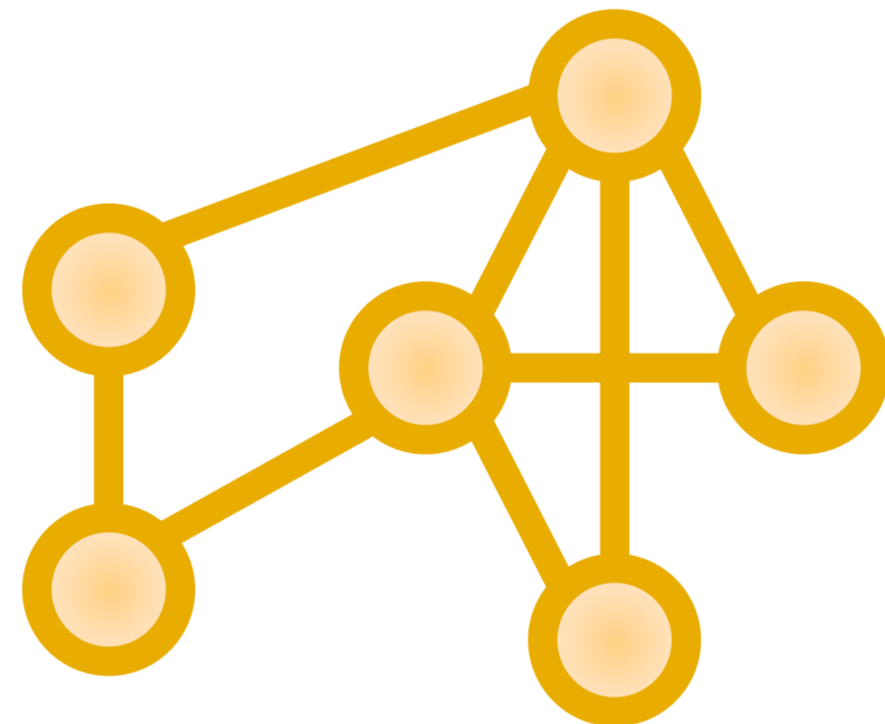
PROBLEMES DE TRANSPORT

OPTIMISATION

Un **graphe eulérien** est un graphe qui possède un cycle simple et passant par toutes les arêtes.

Utilisations:

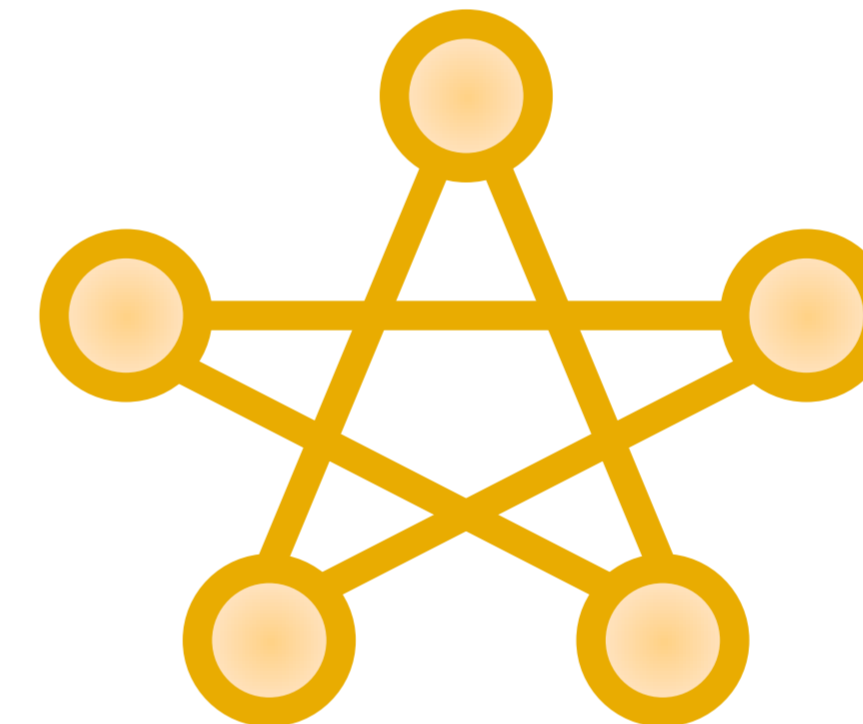
- Ramassage des déchets
- Distribution du courrier
- Glacier



Un **graphe hamiltonien** lorsqu'il y a un cycle passant une seule fois par chaque sommet.

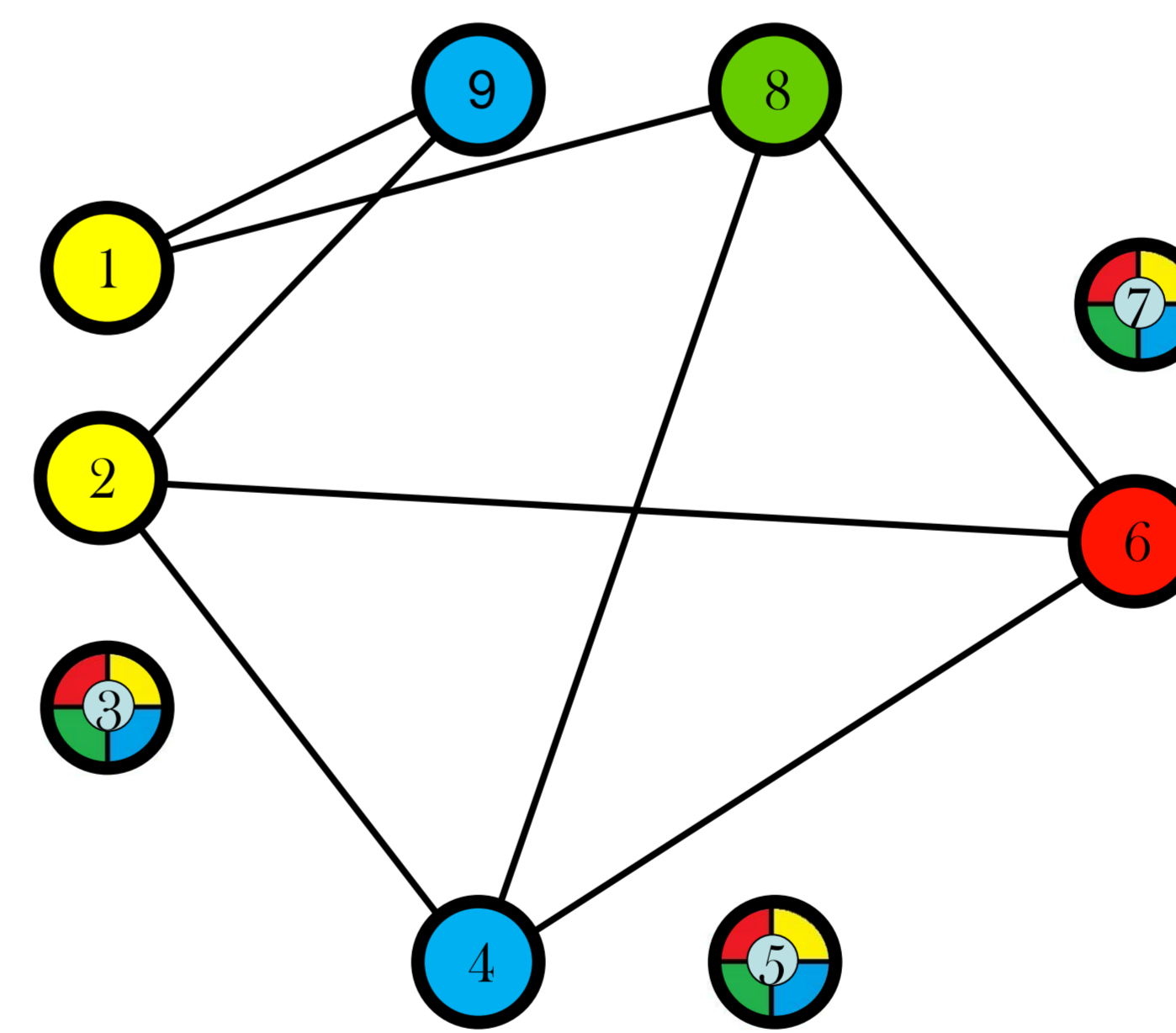
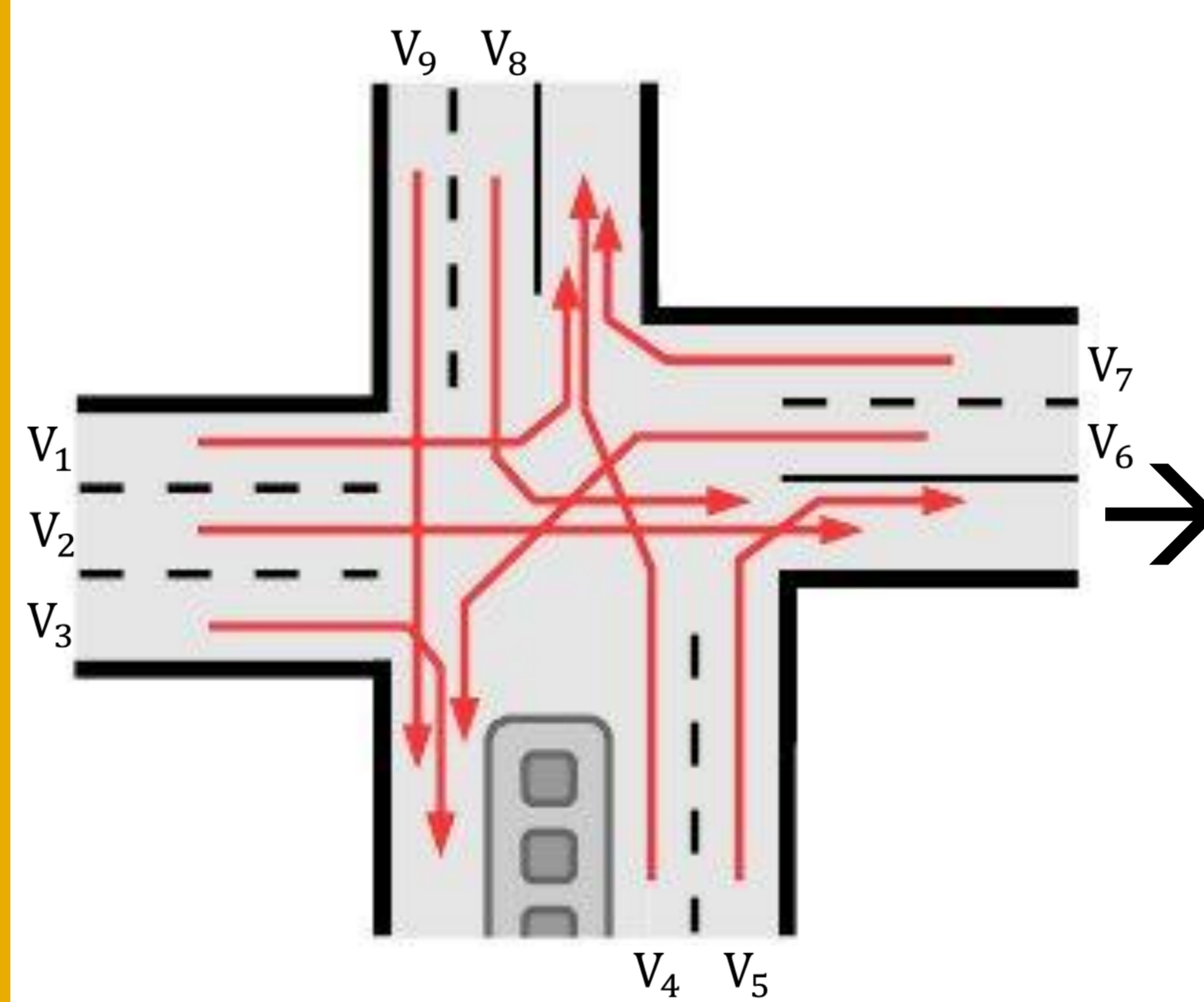
Utilisations:

- Transports publics
- Livreur de pizza
- Taxi



FLUIDITE

- **Colorer un graphe** consiste à affecter une couleur à chacun de ses sommets, de sorte que deux sommets adjacents ne portent pas la même couleur.
- On appelle **nombre chromatique** d'un graphe le plus petit nombre de couleurs permettant de colorier ce graphe.



Alternance des feux:

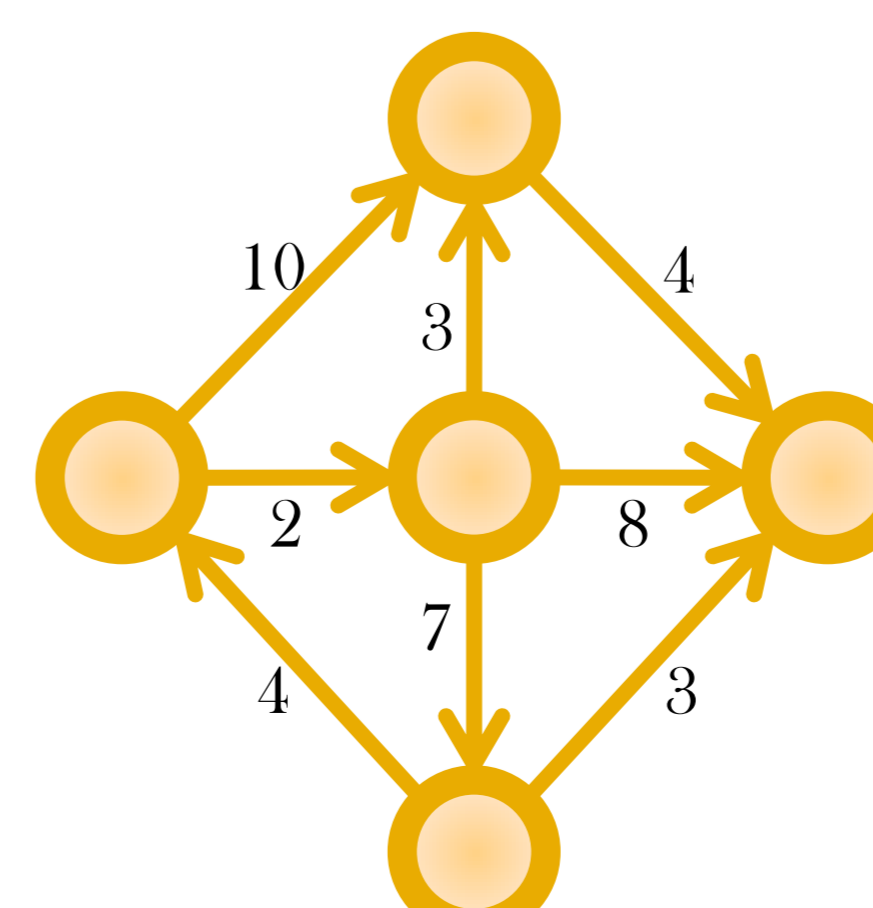
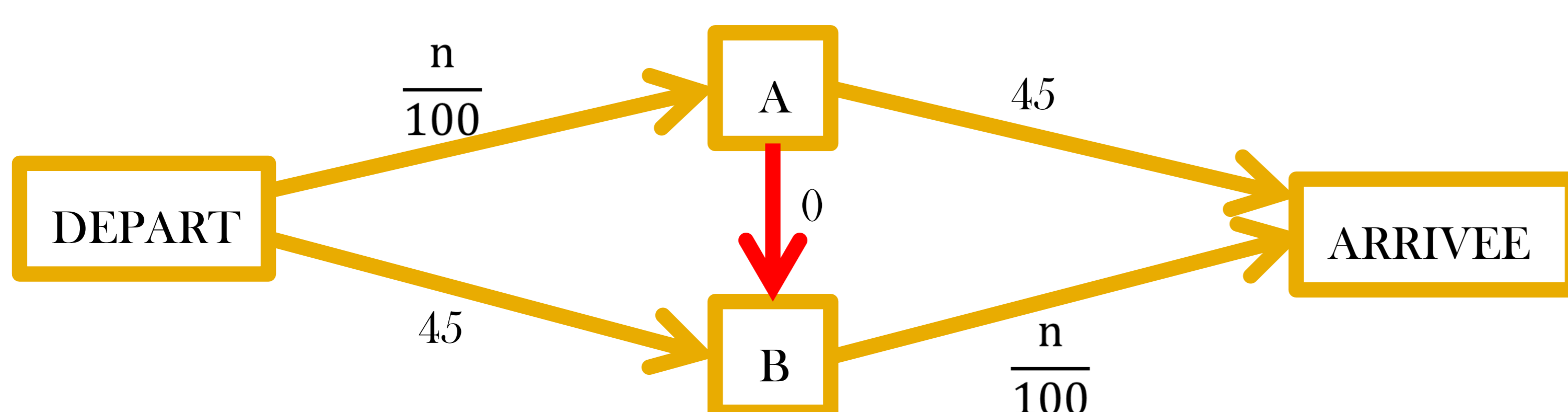
- 1^{er} cycle: 1, 2
- 2^{ème} cycle: 4, 9
- 3^{ème} cycle: 6
- 4^{ème} cycle: 8
- 3, 5 et 7 peuvent appartenir à n'importe lequel des quatre cycles

PARADOXE DE BRAESS

- Un **graphe** est **valué** lorsqu'à chaque arête du graphe est associée une **valeur**.
- Un **graphe orienté** est un graphe dont toutes les arêtes sont munies d'un sens.
- **Paradoxe de Braess:** Ajout d'arête ↗ Amélioration du flux

Exemples concrets:

- Stuttgart (1969): après des investissements sur le réseau routier, la situation ne s'est pas améliorée jusqu'à ce qu'une section de route nouvellement construite soit à nouveau fermée au trafic
- New York (1990): la fermeture de la 42e a réduit la congestion dans cette zone



Exemple d'un graphe valué et orienté

PROBLEMES DE CHEMINS

Il existe plusieurs problèmes liés aux chemins, tels que trouver le plus court chemin ou encore trouver un chemin hamiltonien. Ces problèmes étant trop compliqués, on a souvent recourt à des algorithmes.

Un **algorithme** est une suite finie et non-ambiguë d'instructions permettant de donner la réponse à un problème.

Application	Exemple d'algorithme
Recherche d'un chemin hamiltonien	Algorithme du PPV
Recherche du chemin le plus « efficace »	Algorithme de Dijkstra
Recherche d'un chemin « optimal »	Algorithme de Danzig-Ford

PLUS COURT CHEMIN

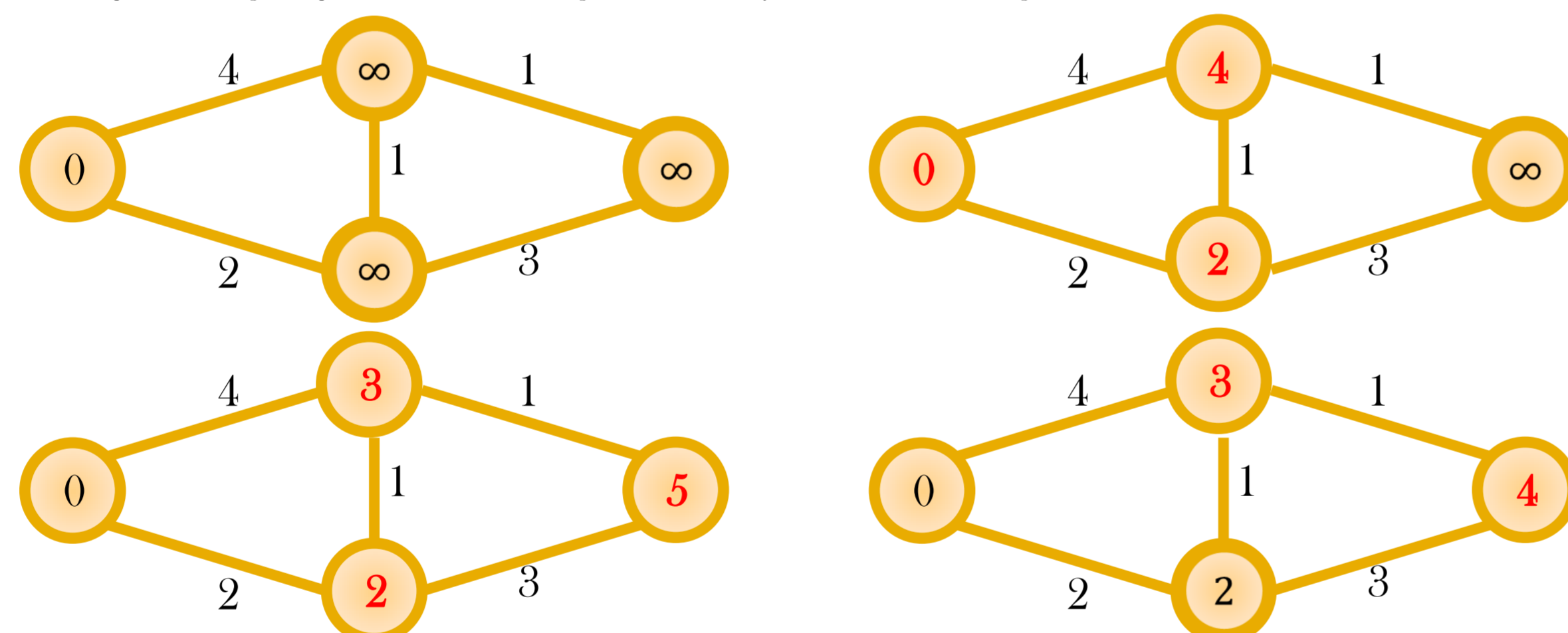
Applications:

- Navigateur GPS
- Problème de chauffage local



http://www.health.fgov.be/epora/Environment/Electromagnetic_fields/Electricityandhealth/index.htm?tohlang=fr

Principe:



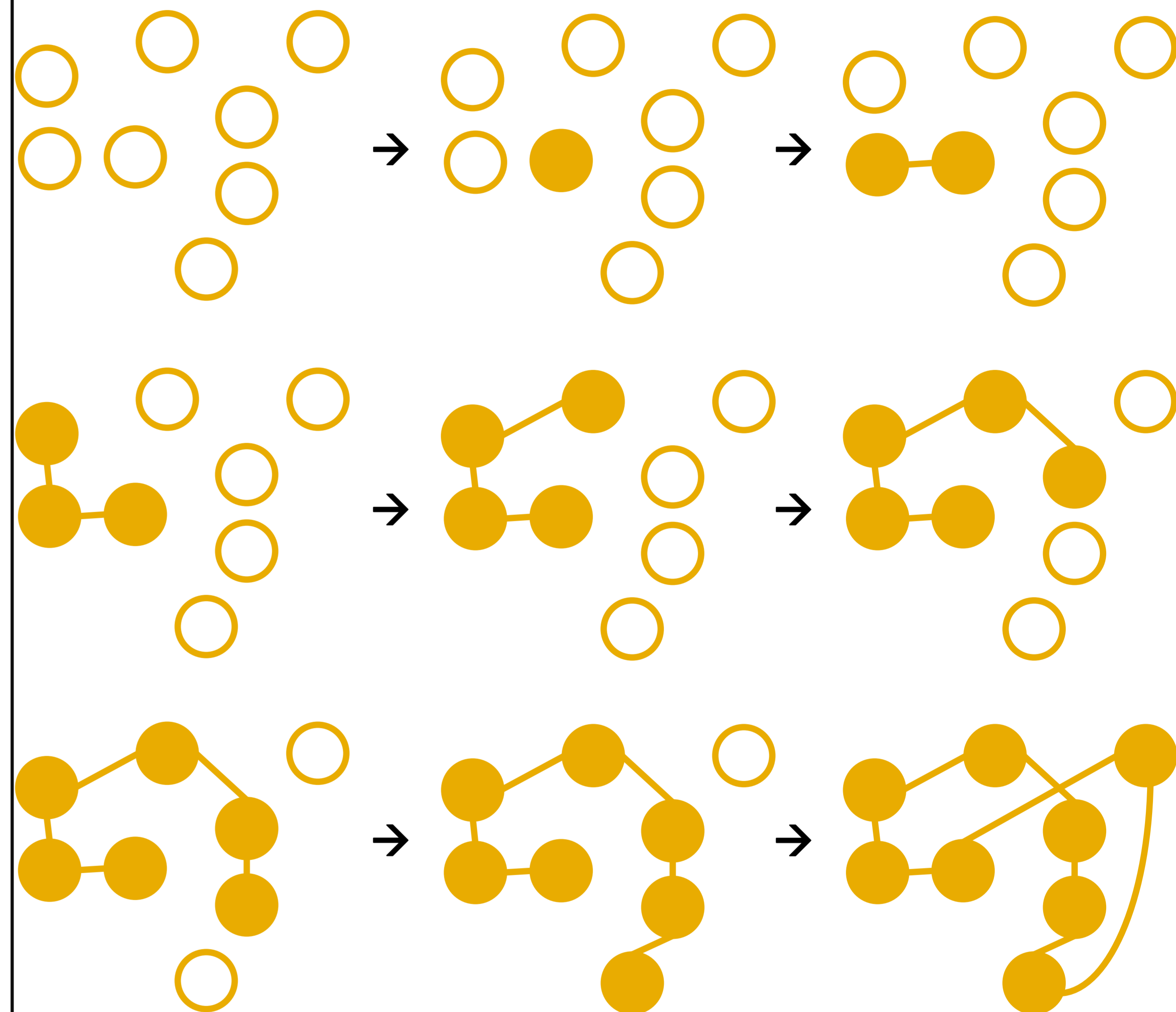
- L'**algorithme de Dijkstra** sert à résoudre le problème du plus court chemin. Il s'applique à un graphe connexe dont les valeurs liées aux arêtes sont positives ou nulles.
- Un **graphe** est dit **connexe** lorsqu'il existe un chemin entre deux sommets quelconques du graphe.

CHEMIN HAMILTONIEN

Applications:

- Transports publics
- Livreur de pizza

Principe:



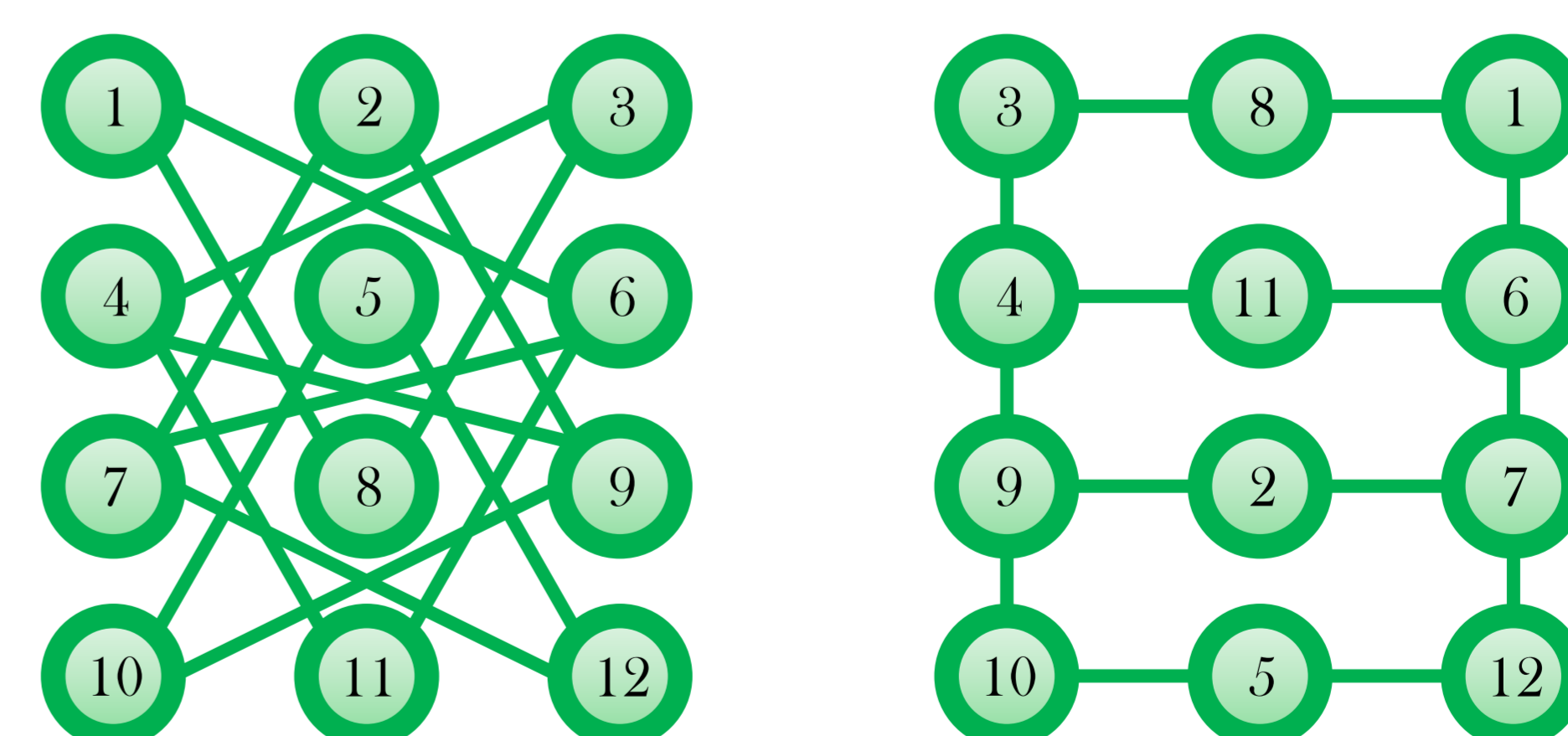
- 1) Choisir un sommet de départ x
- 2) Tant que tous les sommets ne sont pas encore visités, « se rendre au sommet le plus proche pas encore visité ».

L'**algorithme du plus proche voisin** sert à résoudre le problème du chemin hamiltonien.

PROBLEMES DE PLANS

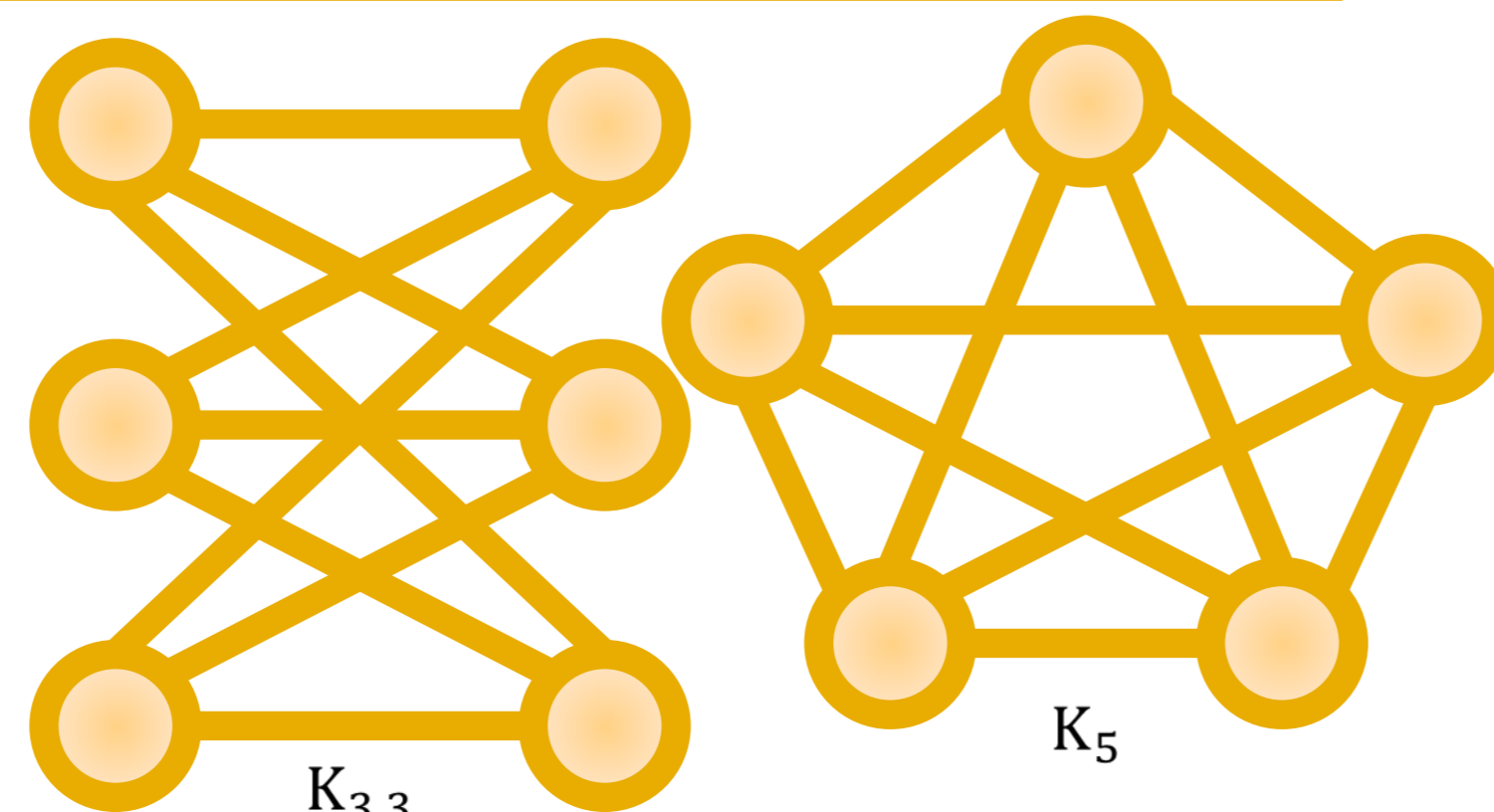
Certains problèmes liés à l'électronique sont résolus lorsqu'ils sont représentés sous forme de graphes planaires.

Un **graphe planaire** est un graphe qui a la particularité de pouvoir se représenter sur un plan sans qu'aucune arête n'en croise une autre.

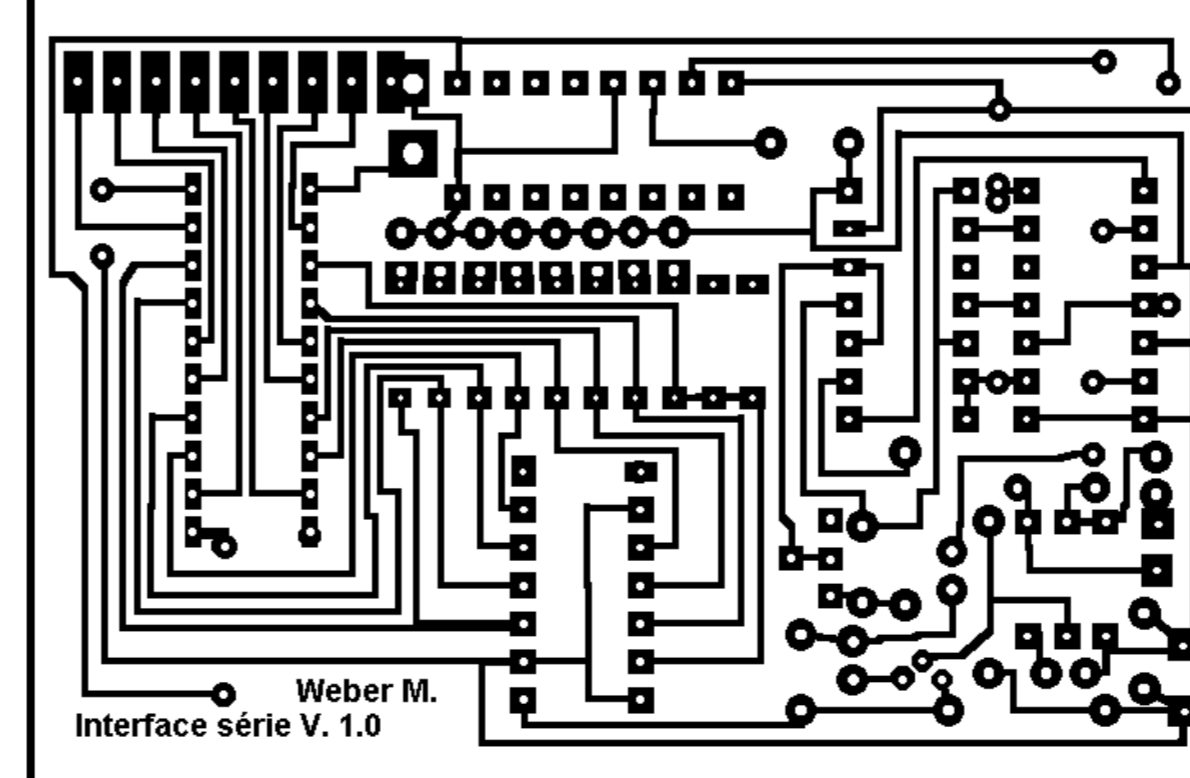


THEOREME DE KURATOWSKI

Un **graphe** est **planaire** si et seulement s'il ne contient pas de sous-graphe partiel « de type » $K_{3,3}$ ou K_5 .



CIRCUITS ELECTRONIQUES



Les circuits électroniques se représentent sous la forme d'un graphe planaire.