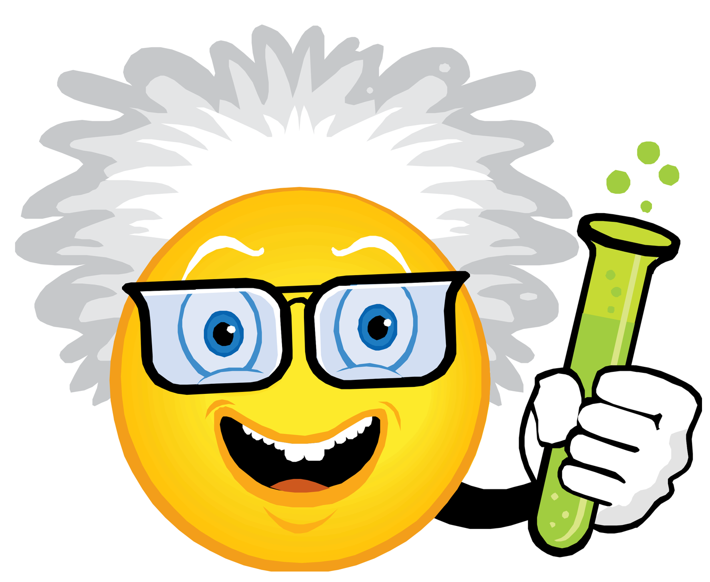
LES MATHÉMATIQUES DE LA CHALEUR

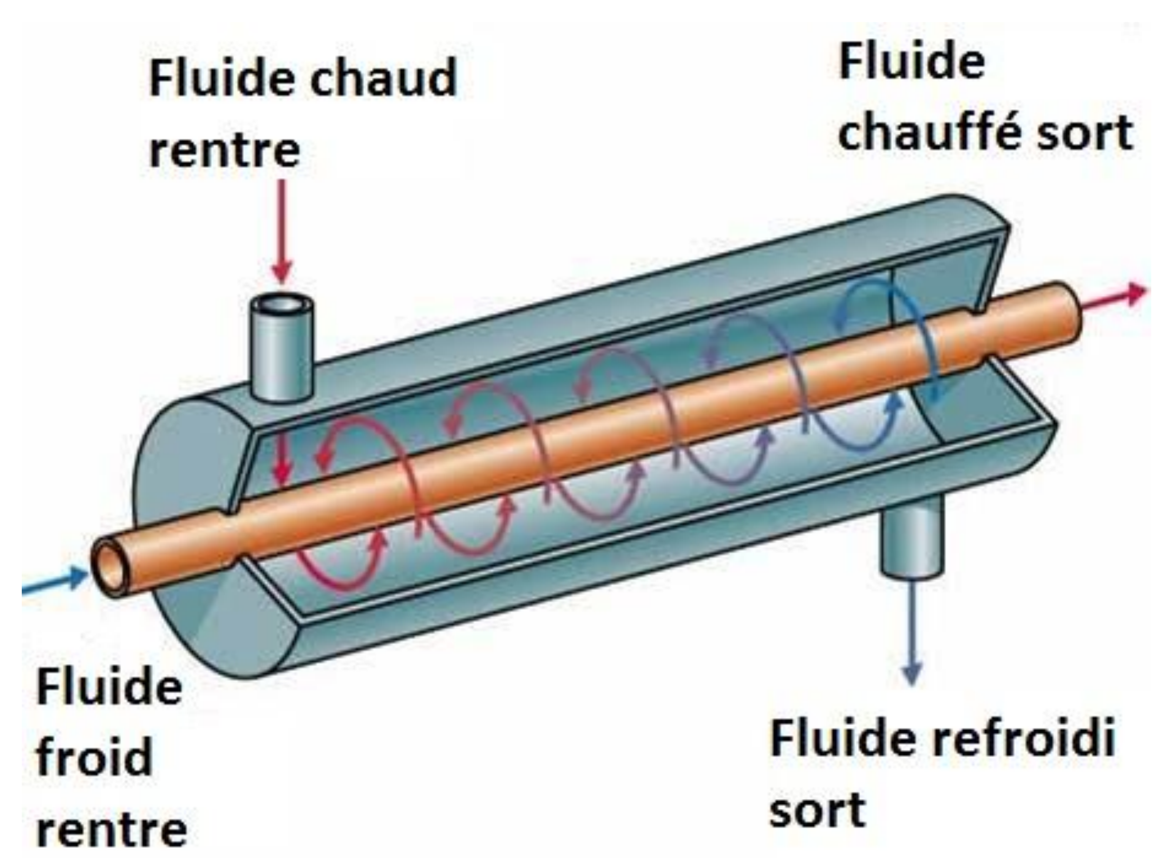
N. Berger – J-P. Iraguha – B. Heinrichs – P. Lopez – F. Pechon
Département de Mathématique

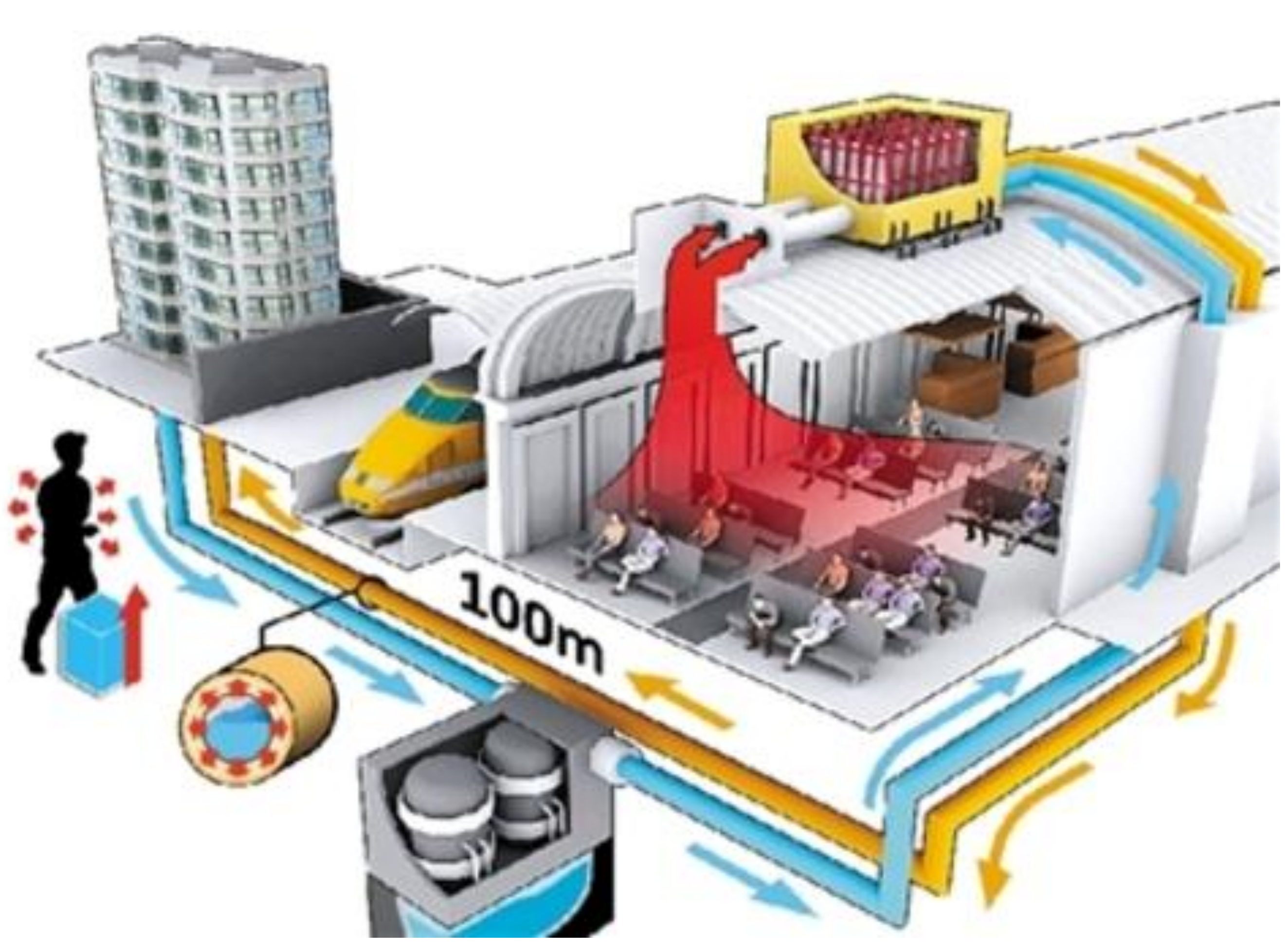


Comment mettre à profit la chaleur ?

L'échangeur de chaleur

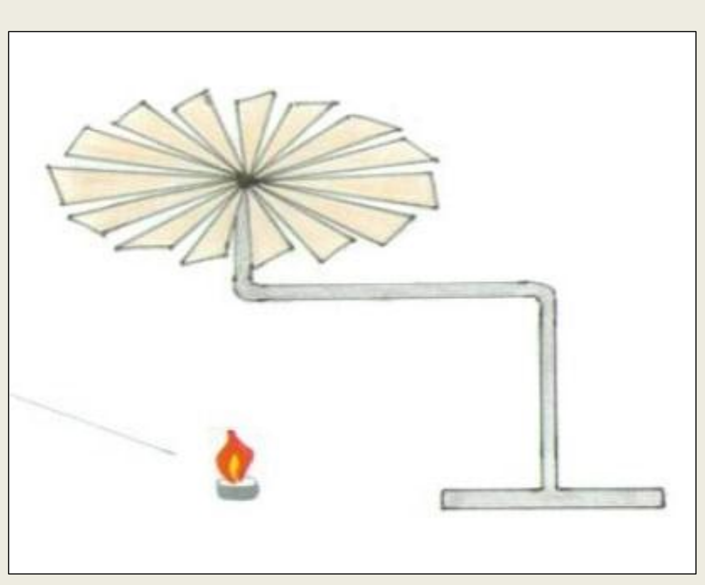
Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant le transfert thermique efficace d'un milieu à un autre. Généralement les milieux sont séparés par une paroi solide pour qu'ils ne se mélangent pas.



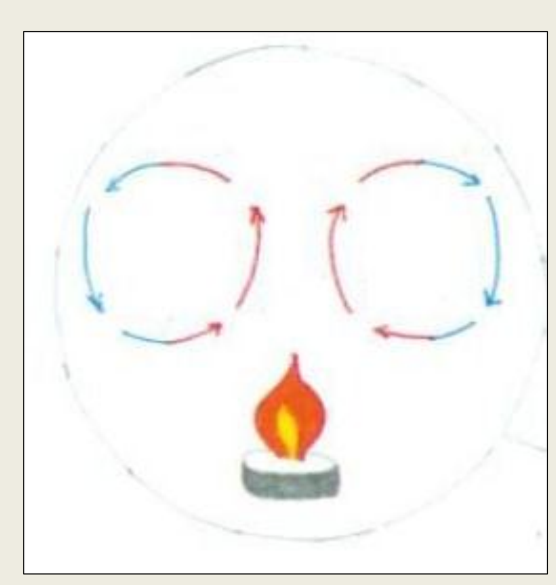


Dans la gare centrale de Stockholm, environ 250 000 personnes circulent quotidiennement et produisent de la chaleur en excès qui est utilisée pour chauffer les bureaux d'un bâtiment voisin. A cet effet, ils utilisent des échangeurs de chaleur qui sont placés dans tous les systèmes de ventilation de la gare.

Le moulin à chaleur



La bougie chauffe l'air. L'air chaud est moins dense (plus léger) que l'air froid et monte. Ensuite, l'énergie cinétique d'ascension est transformée en énergie cinétique de rotation.



Sources:
http://images.yourdictionary.com/images/main/A4heatex.jpg
http://french.people.com.cn/mediafile/201101/25/F201101250926362702331853.jpg

printemps des sciences

les sciences à portée de main

19 > 25 mars 2012

ULB

LES MATHÉMATIQUES DE LA CHALEUR

N. Berger – J-P. Iraguha – B. Heinrichs – P. Lopez – F. Pechon

Département de Mathématique

Le rapport entre les mathématiques et la chaleur ?

La température d'une barre de longueur L au point x∈[0;L] et au temps t≥0 est représentée par une fonction F(x,t) qui satisfait l'équation de la chaleur:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

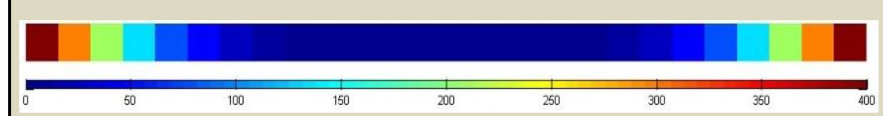
Au temps initial (t=0), la température de la barre au point x est donné par la fonction f(x), c'est-à-dire F(x,0)= f(x) et la température aux extrémités restera constante par isolation.

La résolution de cette équation nous fournit la solution

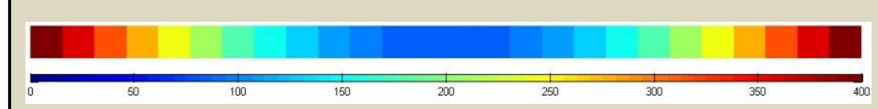
$$F(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 t} \cos\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$$

où les a_n sont les coefficients de la série de Fourier de f(x), notre fonction de la température initiale (au temps t=0).

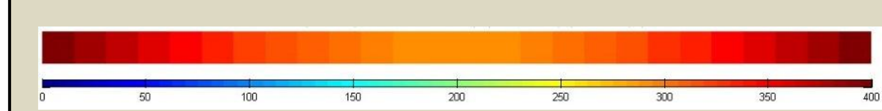
Température d'une barre dans le temps



Après 6 secondes



Après 36 secondes



Après 2 minutes

Remarque : Ici nos extrémités restent constamment à 400°C.

Les séries de Fourier c'est quoi ?

Une série trigonométrique de la forme

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

où $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx)\, dx \ ; n \geq 0$

et $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx)\, dx \ ; n \geq 1$

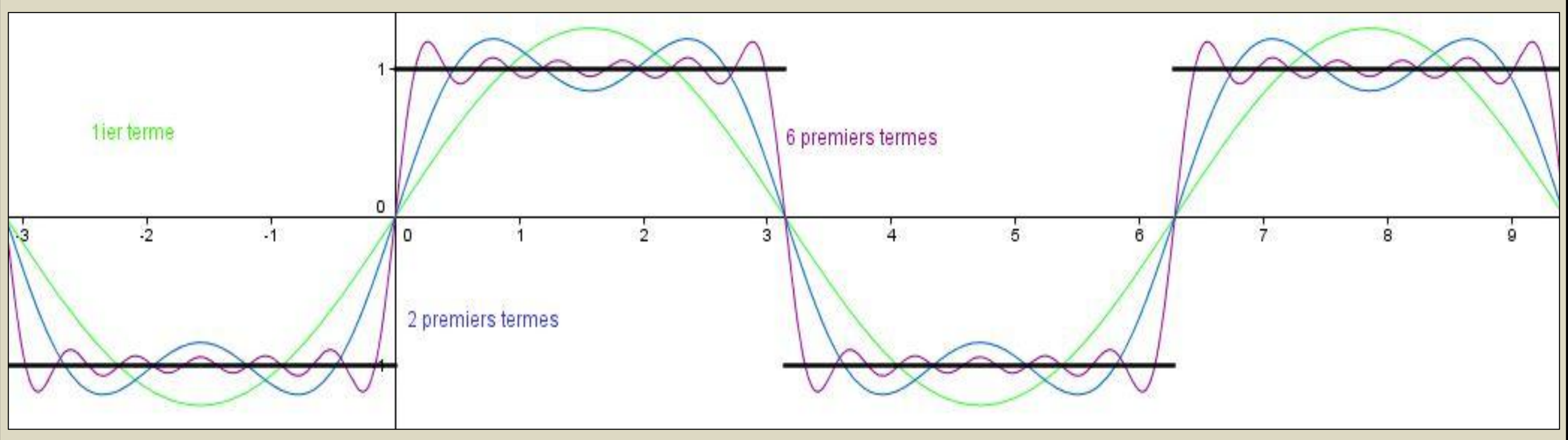
A quoi ça sert ?

Joseph Fourier (1768 - 1830)

- Permet d'écrire plus de classes de fonctions que celle des fonctions analytiques
- Approximer des fonctions par des fonctions trigonométriques
- Ecrire une solution explicite de certaines équations ne pouvant être décrite par des fonctions analytiques

Un exemple :

La fonction « carrée » (en noir) avec le graphe du premier terme, des deux premiers termes et des 6 premiers termes de sa série de Fourier.



Pour aller plus loin…

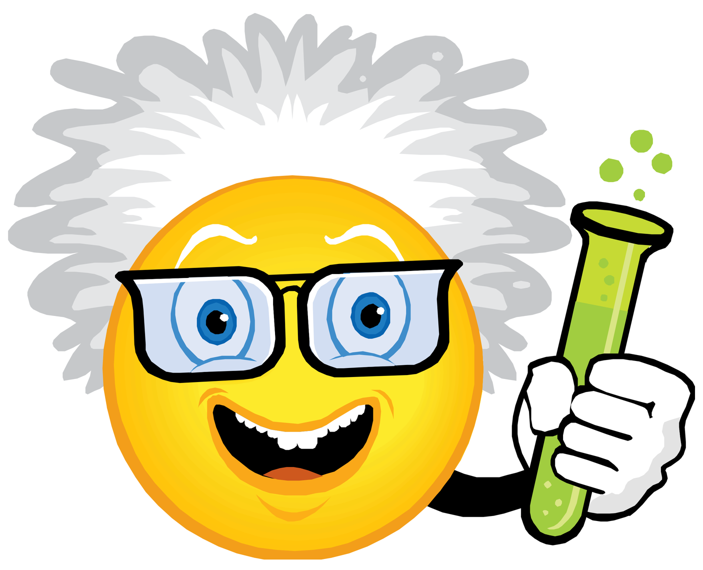
On peut également résoudre l'équation de la chaleur à l'aide de la transformée de Fourier.

Faculté des Sciences ULB

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

LES MATHÉMATIQUES DE LA CHALEUR

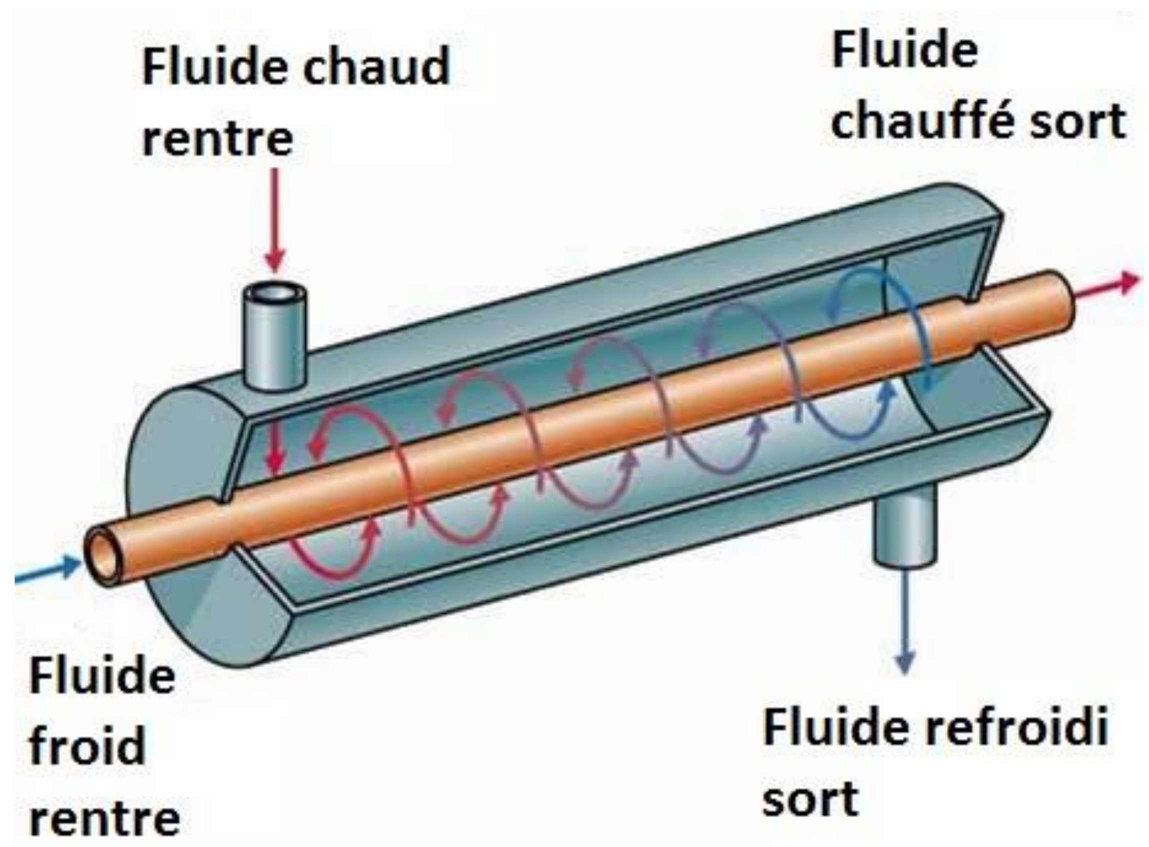
N. Berger – B. Heinrichs – J-P. Iraguha – P. Lopez – F. Pechon
Département de Mathématique

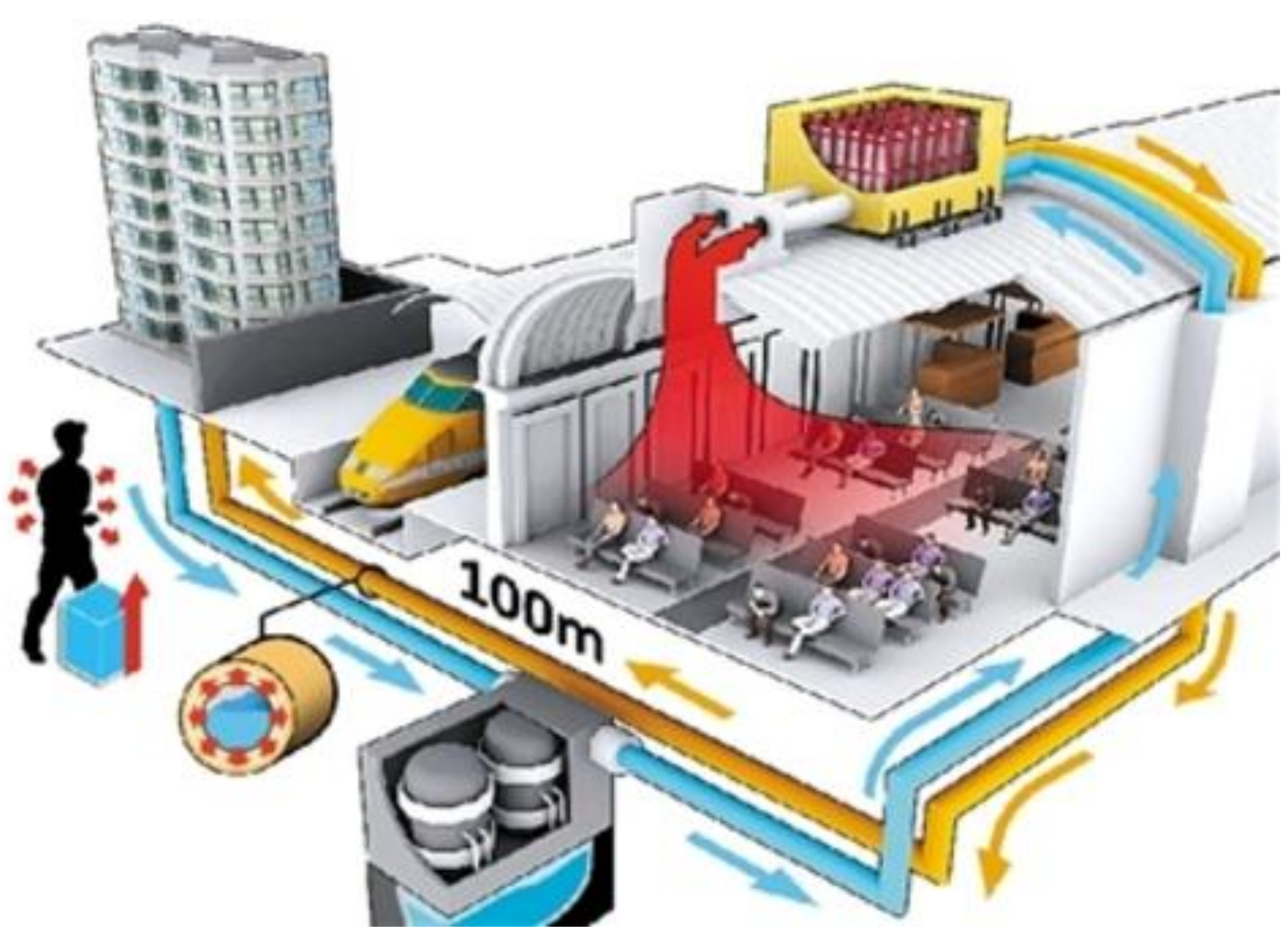


Comment mettre à profit la chaleur ?

L'échangeur de chaleur

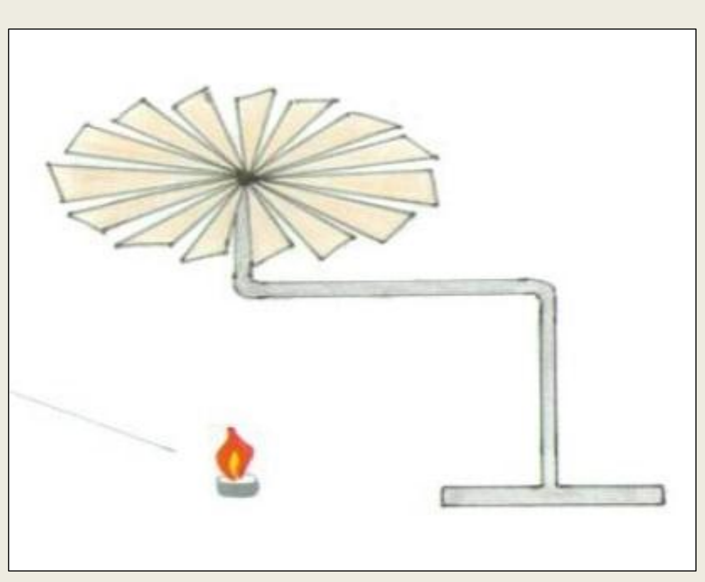
Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant le transfert thermique efficace d'un milieu à un autre. Généralement, les milieux sont séparés par une paroi solide pour qu'ils ne se mélangent pas.



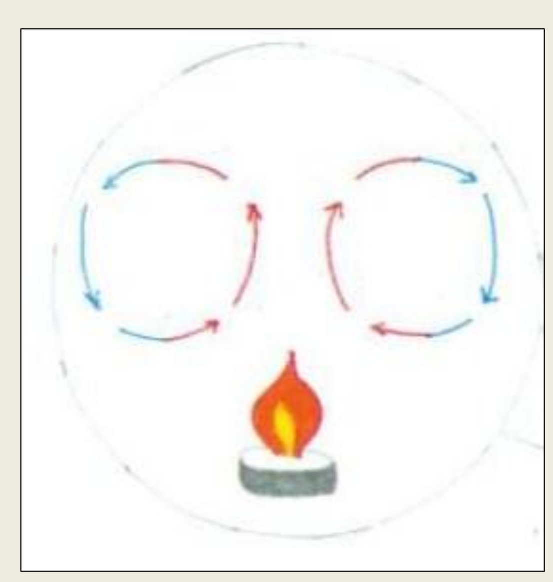


Dans la gare centrale de Stockholm, environ 250 000 personnes circulent quotidiennement et produisent de la chaleur en excès qui est utilisée pour chauffer les bureaux d'un bâtiment voisin. A cet effet, ils utilisent des échangeurs de chaleur qui sont placés dans tous les systèmes de ventilation de la gare.

Le moulin à chaleur



La bougie chauffe l'air. L'air chaud est moins dense (plus léger) que l'air froid et monte. Ensuite, l'énergie cinétique d'ascension est transformée en énergie cinétique de rotation.



Sources:
http://images.yourdictionary.com/images/main/A4heatex.jpg
http://french.people.com.cn/mediafile/201101/25/F201101250926362702331853.jpg

printemps des sciences
les sciences à portée de main
19 > 25 mars 2012

ULB

LES MATHÉMATIQUES DE LA CHALEUR

N. Berger – B. Heinrichs – J-P. Iraguha – P. Lopez – F. Pechon
Département de Mathématique

Le rapport entre les mathématiques et la chaleur ?

La température d'une barre de longueur L au point x∈[0;L] et au temps t≥0 est représentée par une fonction F(x,t) qui satisfait l'équation de la chaleur:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

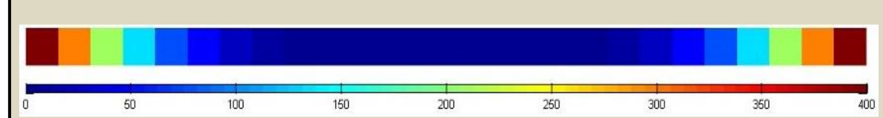
Au temps initial (t=0), la température de la barre au point x est donné par la fonction f(x), c'est-à-dire F(x,0)= f(x) et la température aux extrémités restera constante.

La résolution de cette équation nous fournit la solution

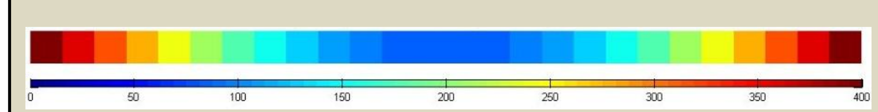
$$F(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\left(\frac{n\pi a}{L}\right)^2 t} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

où les a_n sont les coefficients de la série de Fourier de f(x), notre fonction de la température initiale (au temps t=0).

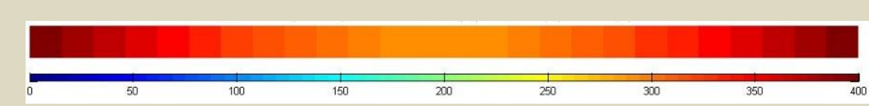
Température d'une barre dans le temps



Après 6 secondes



Après 36 secondes



Après 2 minutes

Remarque : Ici nos extrémités restent constamment à 400°C.

Les séries de Fourier c'est quoi ?

Une série trigonométrique de la forme

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

où $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx)\, dx \;; n \geq 0$

et $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx)\, dx \;; n \geq 1$

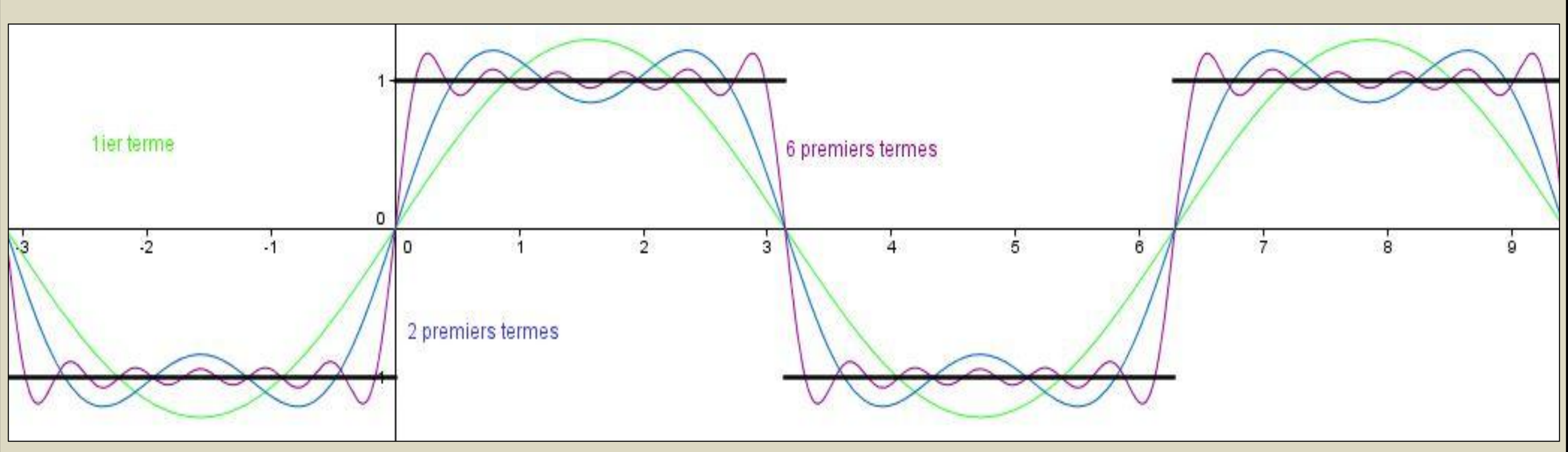
A quoi ça sert ?

Joseph Fourier (1768 - 1830)

- Permet d'écrire plus de classes de fonctions que celle des fonctions analytiques
- Approximer des fonctions par des fonctions trigonométriques
- Ecrire une solution explicite de certaines équations ne pouvant être décrite par des fonctions analytiques

Un exemple :

La fonction « carrée » (en noir) avec le graphe du premier terme, des deux premiers termes et des six premiers termes de sa série de Fourier.



Pour aller plus loin…

On peut également résoudre l'équation de la chaleur à l'aide de la transformée de Fourier.

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

Faculté des Sciences ULB