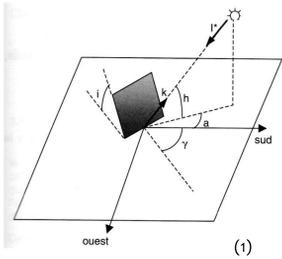


## Pavages et panneaux au soleil: comment optimiser à merveille?

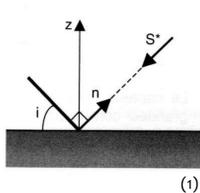
H. Aamrani, K. Barigou, E. Clette, L. Gelbgras, R. Walravens  
Département de Mathématique

### Eclairage d'un panneau et géométrie



$$S^* = I^* \vec{k} \cdot \vec{n}$$

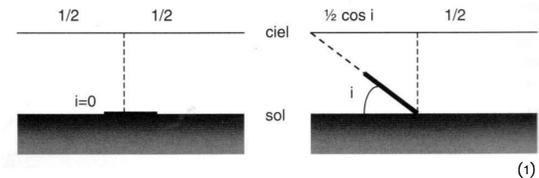
$I^*$  = rayonnement incident  
 $S^*$  = éclairage direct



Rayonnement global  
= direct + diffus

$$\text{Fraction de ciel} : \frac{1}{2} (1 + \cos i)$$

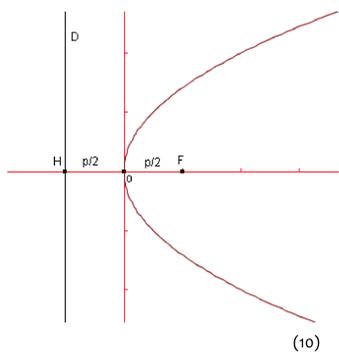
$$\text{Fraction de sol} : \frac{1}{2} (1 - \cos i)$$



### Trois méthodes pour capter l'énergie solaire

La concentration des rayons

#### Four solaire et parabole

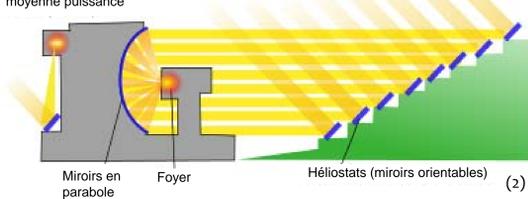


Parabole  
d'équation

$$y = \frac{1}{2p} x^2$$

Foyer :  $(0, \frac{p}{2})$

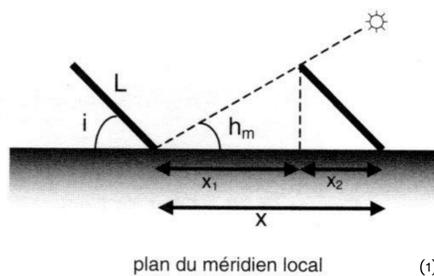
Four solaire de moyenne puissance



Four solaire d'Odeillo : la concentration de 10 000 soleils

La transformation en  
électricité grâce au  
silicium

#### Photovoltaïque : ne me fais pas de l'ombre !

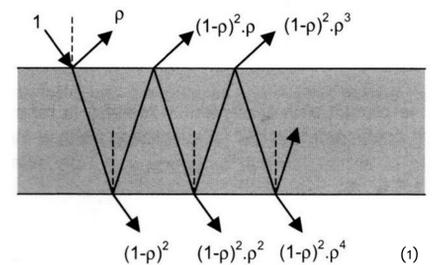


$$x = L \left( \frac{\sin i}{\tan h_m} + \cos i \right)$$



L'effet de serre

#### Panneau thermique : l'utilité des vitres ?

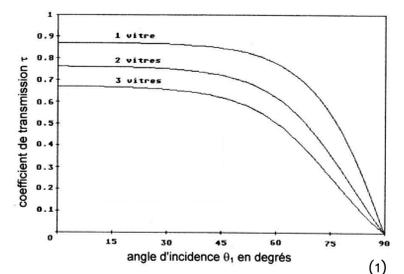


La série géométrique

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

converge pour  $|x| < 1$ .

Fraction du rayonnement incident qui traverse la vitre =  $\frac{1-p}{1+p}$



Le rendement diminue avec le nombre de vitres à partir de 2.

De la structure du panneau à l'assemblage sur le toit, le pavage se situe à tous les niveaux.



Généralement rectangulaires, les panneaux peuvent aussi être hexagonaux, trapézoïdaux...

**Pavage** : ensemble de tuiles qui recouvrent le plan sans trou ni chevauchement.

Polygones réguliers qui pavent le plan : triangle équilatéral, carré et hexagone régulier.



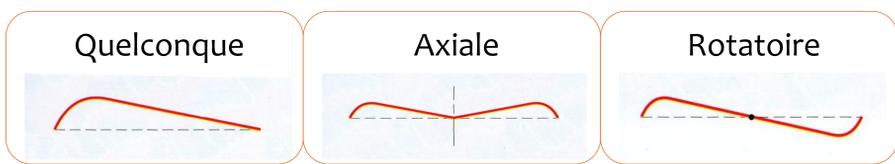
(4)

**Théorème (Fedorov) :**  
Il existe **17 types de pavages périodiques**, appelés les 17 groupes cristallographiques. Chaque groupe peut contenir des translations, rotations, symétries ou réflexions glissées.

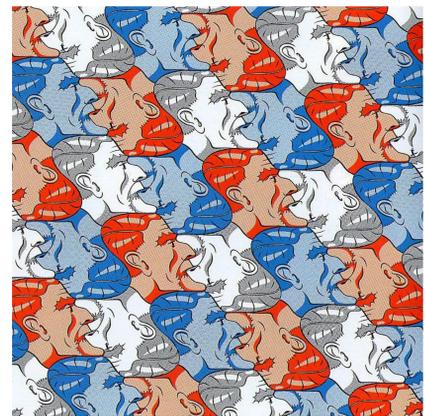


Maurits Escher (1898-1972)

Escher a créé une multitude de motifs originaux par la **méthode des déformations compensées**.



(2)

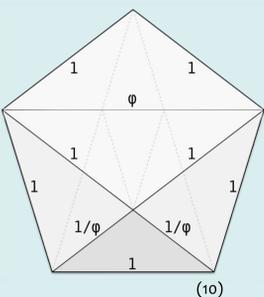


(2)

**Pavages de Penrose** : pavages apériodiques découverts par Penrose dans les années 70, présents dans la structure des quasi-cristaux.

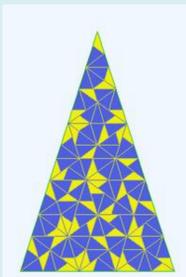
## Les 3+1 types de pavages de Penrose :

Triangles d'or obtenus à partir du pentagone régulier :



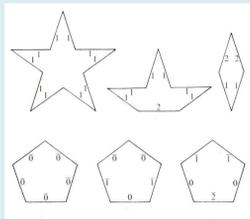
(10)

A l'aide des triangles d'or, l'un obtus, l'autre aigu :

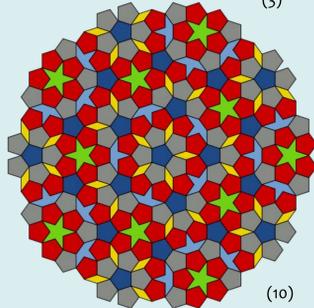


(1)

A l'aide de pentagrammes, losanges et morceaux de pentagrammes :

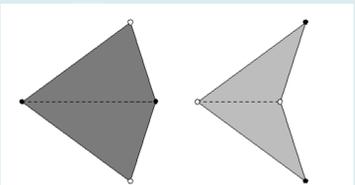


(3)



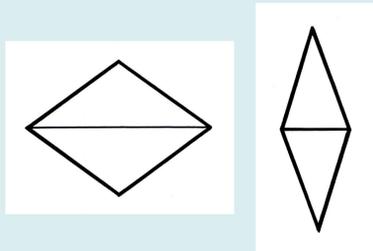
(10)

A l'aide de cerfs-volants et fléchettes (qu'on peut construire avec les triangles d'or) :

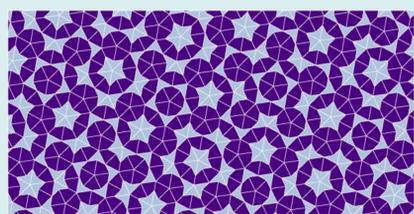


(11)

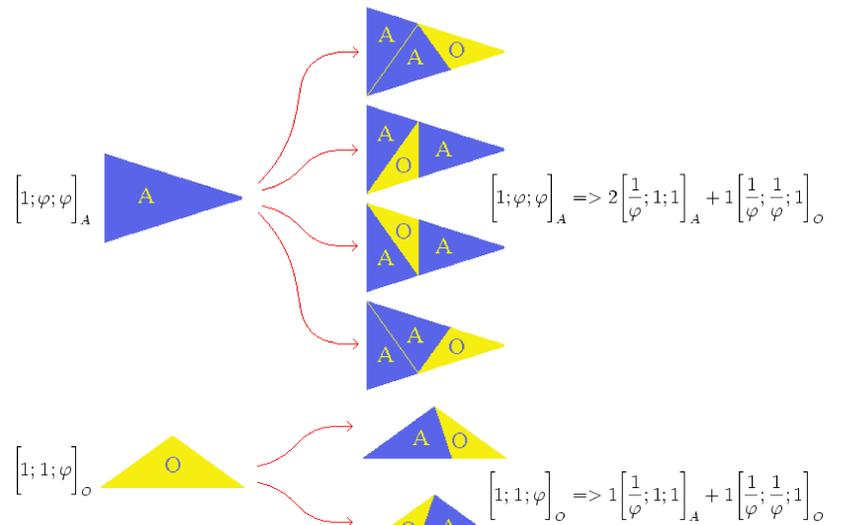
A l'aide de losanges construits avec les triangles d'or :



(9)



(6)



(1)

$A_n$  = nombre de triangles aigus à l'étape n  
 $O_n$  = nombre de triangles obtus à l'étape n

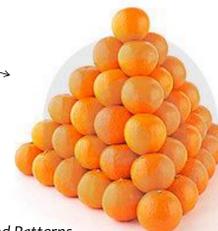
$$\begin{aligned} \rightarrow O_{n+1} &= O_n + A_n \\ A_{n+1} &= O_n + 2A_n = O_{n+1} + A_n \end{aligned}$$

$U_n$  = suite définie par :  $U_{2n} = O_n$  et  $U_{2n+1} = A_n$

⇒ suite de Fibonacci :  $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$  dont le rapport de deux nombres consécutifs tend vers  $\varphi$ , le nombre d'or  
 ⇒ apériodicité

Fedorov : il existe **5 polyèdres convexes pavant l'espace** uniquement par translations (dans 3 directions différentes) : le cube, le prisme hexagonal, l'octaèdre tronqué, le dodécaèdre rhombique et le dodécaèdre rhombo-hexagonal.

18<sup>ème</sup> problème de Hilbert



(8)



(7)