

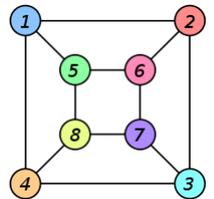
Les graphes : Le plus court chemin pour une économie d'énergie

Université libre de Bruxelles – Faculté des Sciences – Département de Mathématique

La théorie des graphes est une théorie informatique et mathématique. Elle s'applique dans beaucoup de domaines de la vie courante (réseaux de transport, circuits électriques, recherche de plus courts chemins,...). Cette théorie est couramment utilisée dans les énergies renouvelables.

Mais plus précisément qu'est-ce qu'un graphe ?

Un **graphe** est un ensemble d'éléments appelés sommets, structuré par la donnée de certaines paires de sommets, appelées arêtes.



PROBLEMES DE TRANSPORT

Optimisation

L'objectif de cette sous-section sera de comprendre comment un camion de ramassage de déchets choisit son chemin, ou bien quel est le chemin le plus efficace qu'un livreur de pizza peut choisir.

Deux types de graphes qui s'appliquent à ces problèmes :

Graphe eulérien : graphe qui possède un cycle simple et passant par toutes les arêtes.

Graphe hamiltonien : graphe passant une seule fois par tous les sommets.

Fluidité

La situation d'un carrefour peut être ramenée à un problème de graphe. Les sommets représentent les voies qui seront attribuées aux feux de signalisations. Les sommets seront coloriés de manière à ce que toutes les voies qui peuvent être vert en même temps, soient de la même couleur. En traçant des arêtes entre les sommets (donc les voies) qui ne peuvent pas être fréquentés en même temps, nous trouverons vite le graphe du fonctionnement d'un carrefour.

Paradoxe de Braess

Le paradoxe de Braess peut s'énoncer comme suit :

En ajoutant une voie de réseau routier, avec l'intention d'optimiser la circulation, cela ne veut pas forcément dire que c'est vraiment le cas. Le fait qu'une voie soit préférable à une autre dépend non seulement de la qualité

de la voie, mais également de la densité du flux. Si chaque conducteur emprunte le chemin qui lui paraît le plus favorable, les temps de trajets résultant ne sont pas nécessairement les plus faibles.

Graphe valué : graphe où à chaque arête est associée une valeur.

Graphe orienté : graphe dont les arêtes sont munies d'un sens.

PROBLEMES DE CHEMINS

Souvent on cherche à trouver le chemin le plus court pour se rendre d'un point A à un point B.

Les deux questions qui seront traitées dans cette section, seront la recherche du plus court chemin et la recherche d'un chemin hamiltonien dans un graphe quelconque.

Le plus court chemin

Une application de la recherche du plus court chemin est le chauffage local. Sous le chauffage local on entend la distribution de chaleur dans les alentours de la production d'énergie. Cette distribution s'effectue à travers de courtes distances. Afin de n'avoir pas trop de perte d'énergie, on aimerait déterminer le plus court chemin entre la centrale de chauffage et les clients.

Pour la recherche du plus court chemin, il existe plusieurs algorithmes. L'un d'entre eux est l'algorithme de Dijkstra. Cet algorithme s'applique à un graphe connexe dont le poids lié aux arêtes est positif ou nul.

Graphe connexe : graphe dans lequel il existe une chaîne entre deux sommets quelconques.

Chemin hamiltonien

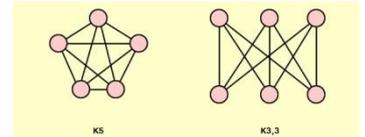
Le problème du chemin hamiltonien est de trouver la distance totale minimale, celui-ci est aussi connu sous le nom de « problème du voyageur de commerce ». Ce problème est très difficile à résoudre. Il existe cependant des algorithmes permettant de déterminer des solutions optimales tant que le nombre de sommets ne dépasse pas quelques centaines. Lorsqu'on a affaire à des gros graphes ou qu'on désire obtenir des solutions très rapidement, on utilise ce qu'on appelle des *heuristiques* qui fournissent des solutions de qualité raisonnable en des temps raisonnables.

PROBLEMES DE PLANS

Grphe planaire : Un graphe planaire est un graphe quelconque qui a la particularité de pouvoir se représenter sur un plan sans qu'aucune arête n'en croise une autre.

Théorème de Kuratowski

Théorème de Kuratowski : Un graphe est planaire si et seulement s'il ne contient pas de sous-graphe partiel de type $K_{3,3}$ ou K_5 .



Circuits électroniques

Les circuits électroniques sont une application des graphes planaires.