

Les mathématiques de la chaleur

*Université libre de Bruxelles – Faculté des Sciences – Département de Mathématique
Noé Berger, Benoit Heinrichs, Jean-Paul Iraguha, Paula Lopez, Florian Pechon*

Quand on parle d'énergie renouvelable, on pense tout d'abord à l'énergie solaire recueillie à l'aide de panneaux solaires, aux éoliennes jaillissant du sol utilisées pour produire de l'électricité à partir du vent et aux barrages utilisant l'eau. Il existe une autre énergie importante, la chaleur !

De nos jours, il existe déjà de nombreux dispositifs permettant de récupérer la chaleur. Grâce à ceux-ci, on peut par exemple récupérer l'excédent de chaleur d'un bâtiment et le réutiliser pour chauffer un autre immeuble, ou encore puiser la chaleur de la terre à l'aide d'une pompe à chaleur et l'utiliser pour chauffer une maison. Ces dispositifs sont encore relativement peu connus par rapport aux panneaux solaires ou éoliennes. Or, ces derniers cachent souvent des coûts de production en énergie très élevés, ce qui falsifie leur label 100 % vert.

Un exemple de dispositif de récupération de la chaleur est celui mis en place à la gare de Stockholm. Celle-ci est fréquentée par environ 250 000 personnes par jour. Chaque personne en mouvement dégage une certaine chaleur ce qui aura pour effet de réchauffer l'air ambiant. L'idée est donc venue de récupérer cet excédent de chaleur. La chaleur de l'air est récupérée et transmise aux bâtiments voisins par des échangeurs de chaleur installés au plafond et dans les systèmes de ventilation de la gare. Ainsi, on évite le gaspillage d'énergie.

Abordons d'abord la propagation de la chaleur d'un point de vue physique.

Il existe trois moyens de propagation de la chaleur :

Le premier est le transport par convection. Celui-ci correspond à un déplacement de la matière impliquant un transport de chaleur. Une de nos expériences utilise ce principe : le moulin à chaleur. Une bougie réchauffe l'air environnant qui va monter car il est moins dense que l'air froid. Ainsi, celui-ci ayant acquis une certaine énergie cinétique va faire tourner les ailes du moulin.

Le deuxième est le transport par rayonnement. Un rayonnement transporte en effet de l'énergie. C'est de cette façon que l'énergie du soleil nous parvient. C'est aussi le rayonnement qui nous permet d'observer l'évolution de la chaleur à l'aide d'une caméra thermique. Ainsi, à l'aide de cette méthode, on peut détecter les fuites de chaleur dans une maison et l'isoler pour éviter des pertes d'énergie.

Le troisième est le transport par conduction thermique que l'on peut modéliser mathématiquement grâce à l'équation de la chaleur. En effet, l'équation de la chaleur est une équation linéaire qui décrit une bonne approximation de la propagation de la chaleur dans un milieu (par exemple une barre métallique).

Nous proposerons d'ailleurs une expérience qui permet de mettre en évidence ce transport par conduction. L'expérience consiste à tenir en main de barres constituées de différents matériaux dont l'autre bout est chauffé par une flamme.

On peut vite se rendre compte du transport de chaleur ainsi que de la vitesse de transport différente en fonction du matériau utilisé. On peut également l'observer visuellement grâce à des images thermiques.

Mathématiquement, l'équation de la chaleur est une équation aux dérivées partielles faisant intervenir un terme avec une dérivée temporelle et un autre avec deux dérivées spatiales, ainsi qu'un coefficient qui symbolise les caractéristiques du milieu dans lequel se propage la chaleur (conductivité, masse volumique, capacité calorifique).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Pour résoudre cette équation, il est nécessaire de connaître les conditions aux bords de l'objet ainsi que les conditions initiales. Les conditions initiales représentent le profil de température au temps initial. Les conditions aux bords nous disent si les bords sont isolés ou mis à température fixée.

Cependant, la résolution mathématique de cette équation, pour le cas d'une barre de longueur finie, cas qui nous intéresse, nécessite de faire appel aux séries de Fourier. Ces séries ont même été introduites par Joseph Fourier dans le but de résoudre l'équation de la chaleur. Ce sont ces objets mathématiques que nous avons étudiés. Ces séries permettent de décrire des fonctions par des fonctions trigonométriques.

En conclusion, on se rend compte que les mathématiques permettent de modéliser le transport de la chaleur et ainsi de mieux le comprendre. Pour cela, il a fallu faire intervenir les séries de Fourier, qui sont des concepts très utiles aussi bien en mathématique (analyse) qu'en physique (optique, son).