

Le chaos – Lyapunov contre vents et marées

Université libre de Bruxelles – Faculté des Sciences – Département de Mathématique

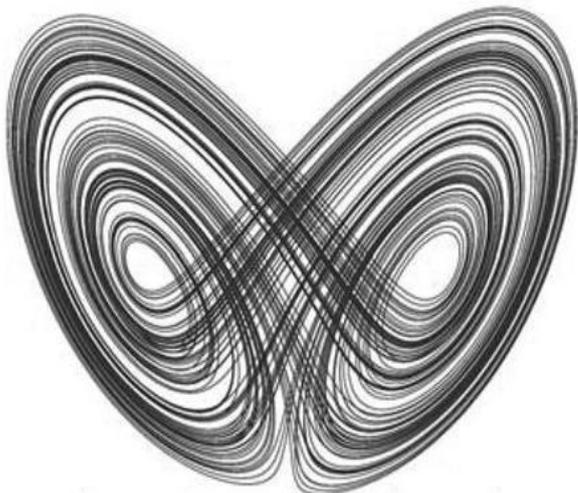
« À cause du clou, le fer fut perdu. À cause du fer, le cheval fut perdu. À cause du cheval, le cavalier fut perdu. À cause du cavalier, le message fut perdu. À cause du message, la bataille fut perdue. À cause de la bataille, la guerre fut perdue. À cause de la guerre, la liberté fut perdue. Tout cela pour un simple clou. »

B. Franklin



Connaître l'avenir améliorerait bien des choses, que ce soit dans le domaine économique, industriel, météorologique ... Optimiser le rendement d'une éolienne ne revient-il pas à connaître la force et la trajectoire du vent autour de ses hélices ? Dans le cas des panneaux solaires, savoir la durée exacte d'ensoleillement améliorerait la production d'énergie.

Les mathématiciens ont pendant longtemps cherché un moyen de prédire l'avenir. Si d'un côté nous avons les probabilités qui permettent de lui donner des bornes, l'étude des systèmes dynamiques sous le principe de déterminisme laplacien devrait nous en donner une approximation assez bonne. Mais alors, comment expliquer des phénomènes comme le problème à trois corps de Poincaré ou l'apparition d'El Niño au Pérou ? Des exemples comme ceux-ci représentent ce que Tien-Yien Li a appelé **le chaos**. La sensibilité aux conditions initiales est une propriété inhérente aux systèmes chaotiques : une erreur aussi petite qu'elle soit peut engendrer des conséquences énormes.



Lorenz a mis en avant cet effet papillon (et son attracteur) au cours de sa conférence « Prédicibilité : le battement d'ailes d'un papillon au Brésil peut-il provoquer une tornade au Texas ? ». La légende raconte que cette idée trouve son origine dans une tasse de café. Comme quoi les grandes découvertes se font toujours le temps d'une petite pause. En parallèle, les travaux de Lyapunov nous apportent une manière de mesurer la divergence entre des trajectoires qui sont solutions d'une équation différentielle aux conditions initiales différentes mais proches.

La météorologie est un domaine où le chaos intervient régulièrement : on ne peut pas prévoir avec exactitude le temps

printemps des sciences

les sciences à portée de main
19 > 25 mars 2012

de demain, cela étant dû aux fautes commises dans la relevée des données. Chaque erreur croissant de manière exponentielle au fil du temps, la connaissance de la météo en 2013 est impossible. Peut-on alors calculer le rendement à long terme de toutes nos stations éoliennes ? Y a-t-il un intérêt de calculer des prédictions de long terme : de un an par exemple ?

Il existe bien d'autres exemples de la vie courante pour expérimenter la vision du chaos : le déplacement de la fumée, la transformation du boulanger, le pendule double ... Le chaos n'est donc pas si difficile à détecter. Clairement, ce n'est pas demain qu'on pourra prévoir si on sera un jour capable de prédire l'avenir ou pas !