

L'univers à tore et à travers

Charel Antony, Cédric De Groote, Mitia Duerinckx, Laurent Moortgat, François Thilmany
Département de Mathématique

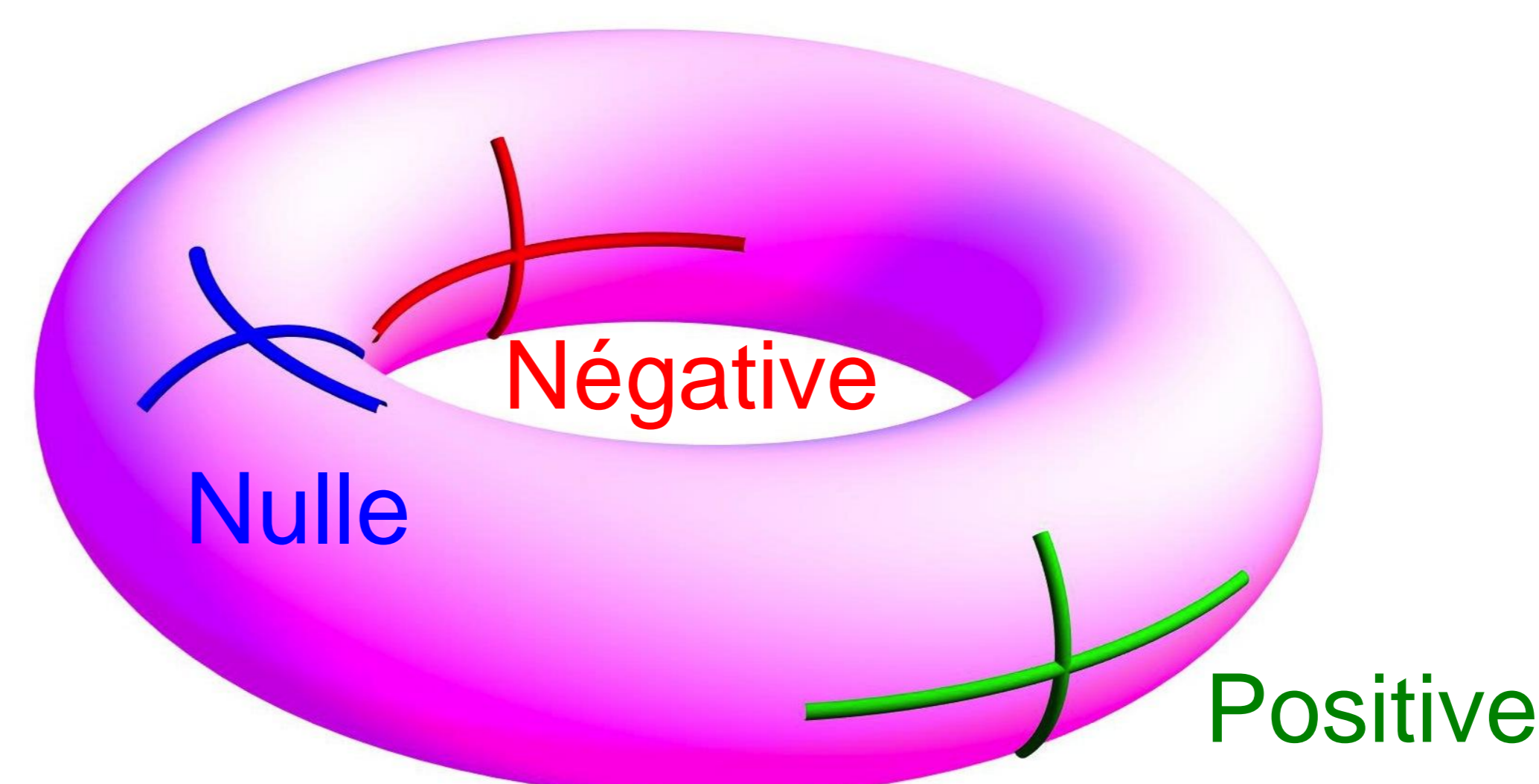
Surfaces

L'étude des surfaces courbes fournit un précieux support pour les géométries non-euclidiennes.

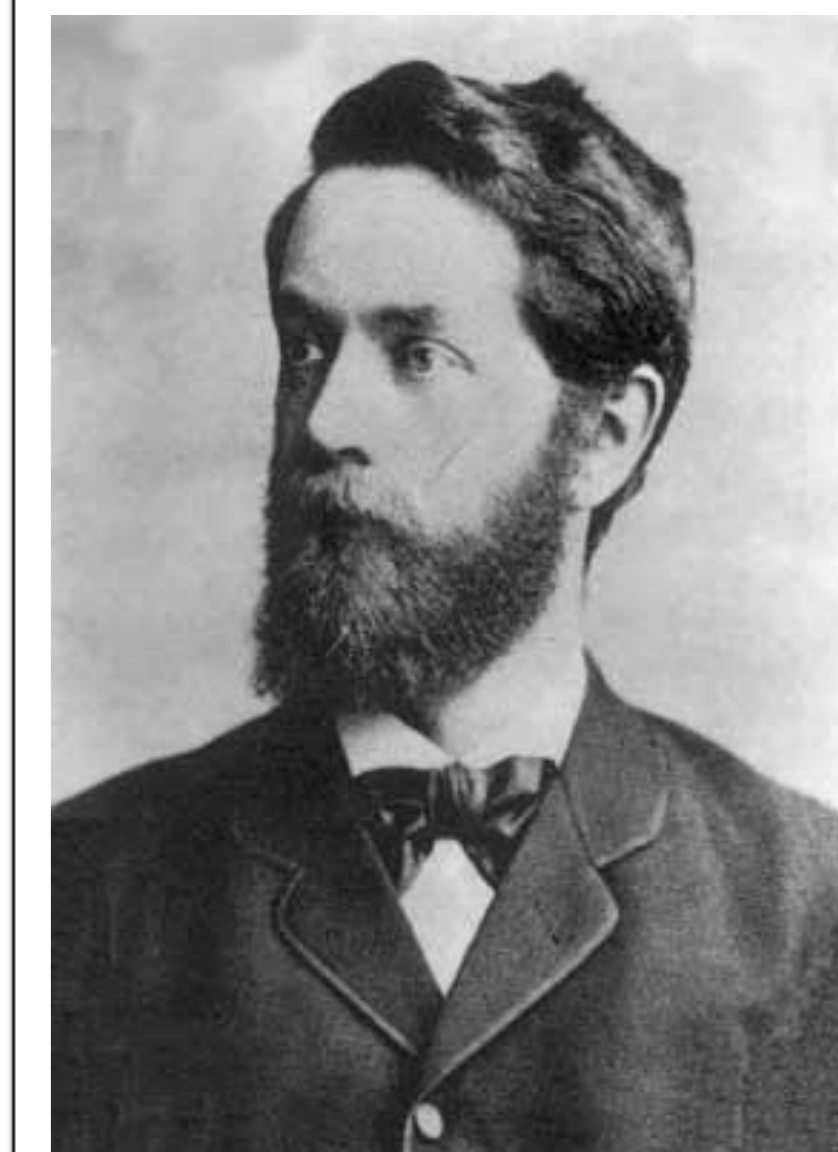
Courbure :

Courbure positive	Géométrie elliptique
Courbure nulle	Géométrie euclidienne
Courbure négative	Géométrie hyperbolique

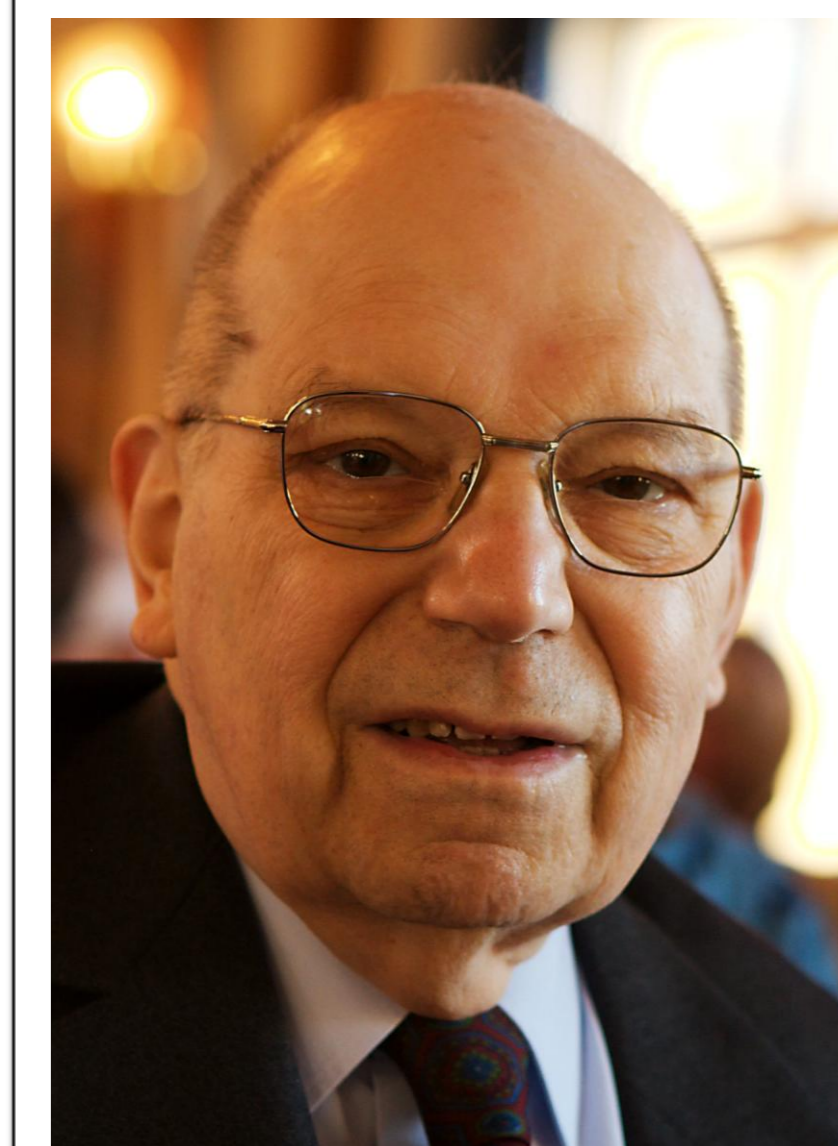
Espace géométrique : espace continu, infini, homogène et isotrope.



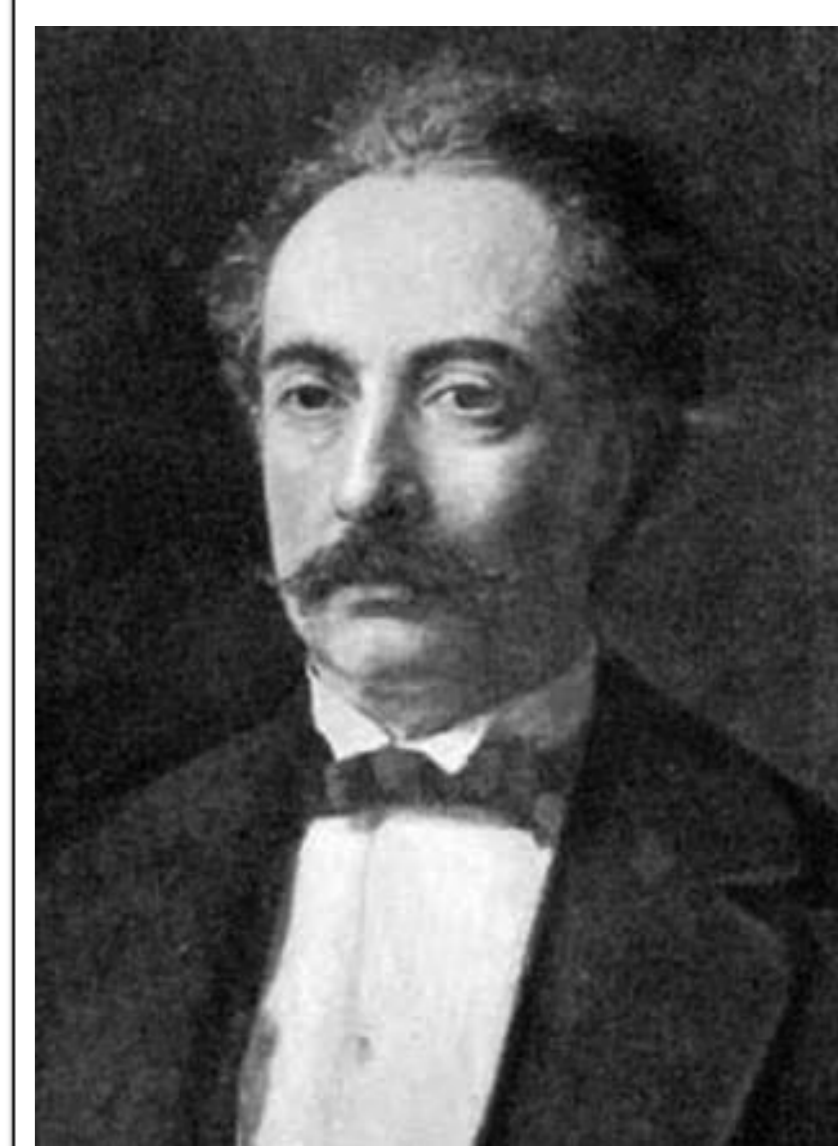
J. Henri Poincaré
1854-1912
France



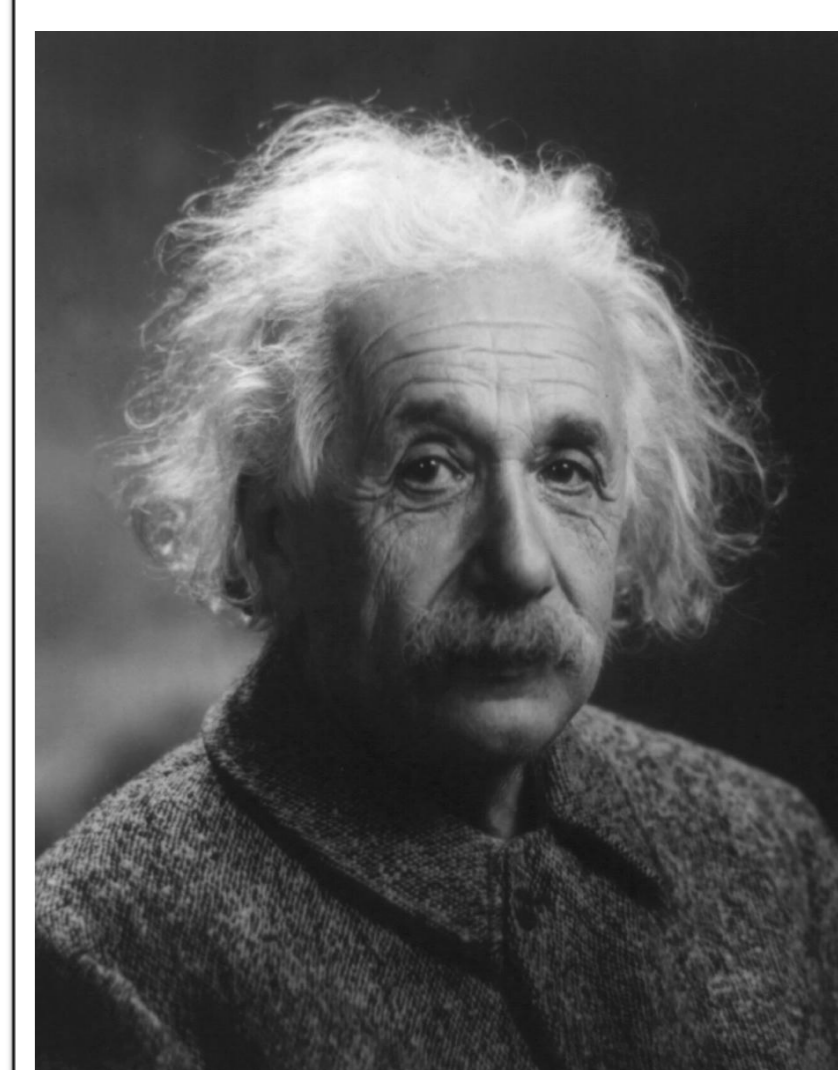
Felix Klein
1849-1925
Allemagne



Jacques Tits
1930-...
Belgique



Eugenio Beltrami
1835-1900
Italie



Albert Einstein
1879-1955
Allemagne

Soit S une surface compacte à courbure constante K .

Formule de Gauss-Bonnet : $K \cdot A(S) = 2\pi\chi(S)$ K : courbure
 A : aire

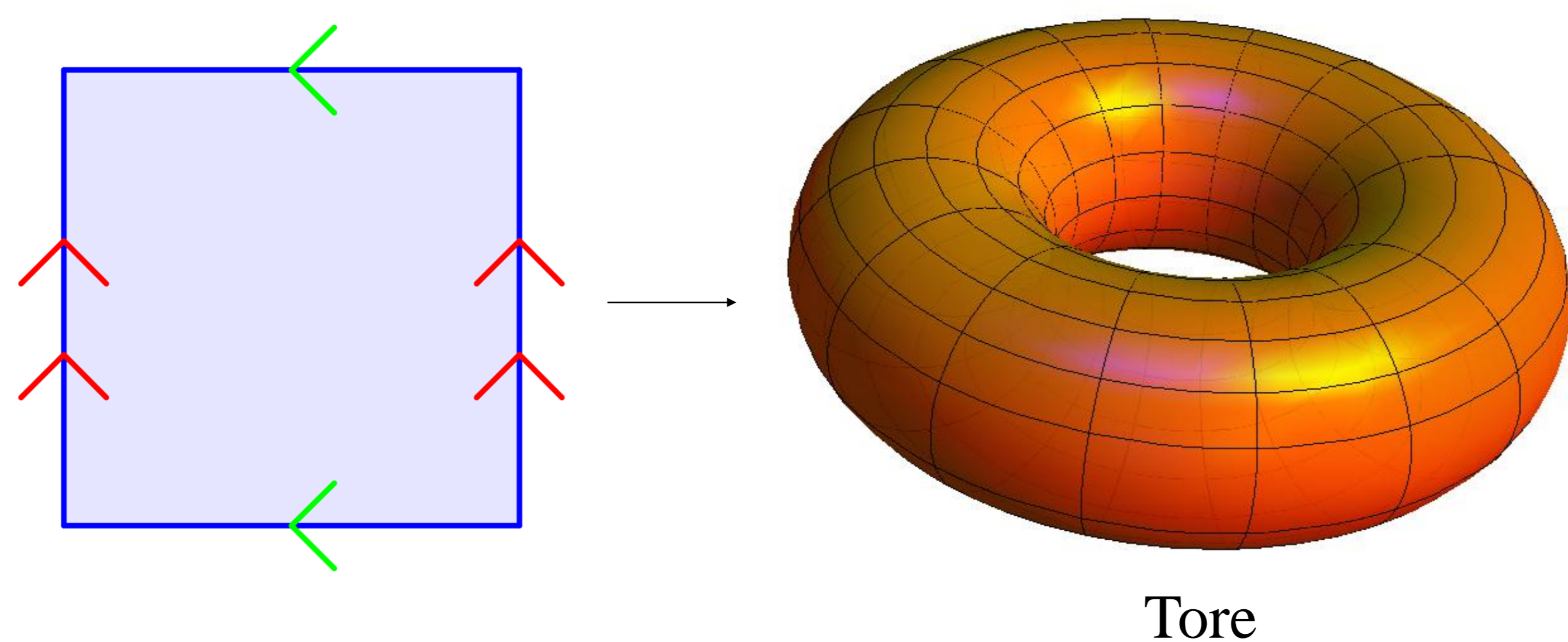
où $\chi(S) = \#sommets - \#arêtes + \#faces$ est la **caractéristique d'Euler**.

Cette formule suggère que, une fois notre surface (donc sa caractéristique) choisie, le signe de sa courbure est fixé, ce qui détermine le type de géométrie.

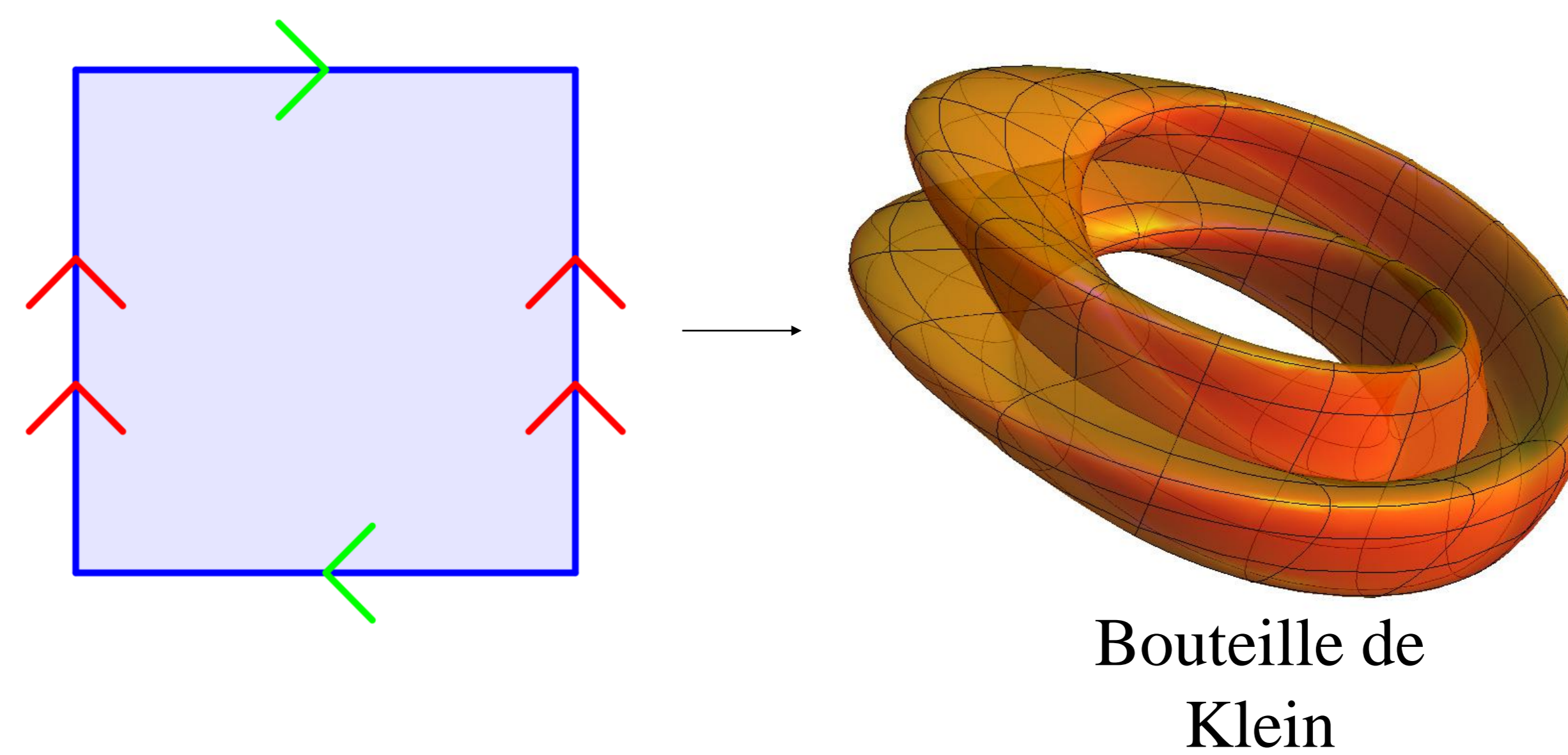
Le Belge **Jacques Tits** a grandement contribué à la classification des géométries.

Collage :

Afin de simplifier l'analyse des surfaces, on peut voir toute surface compacte comme un polygone dont on a collé les arêtes.



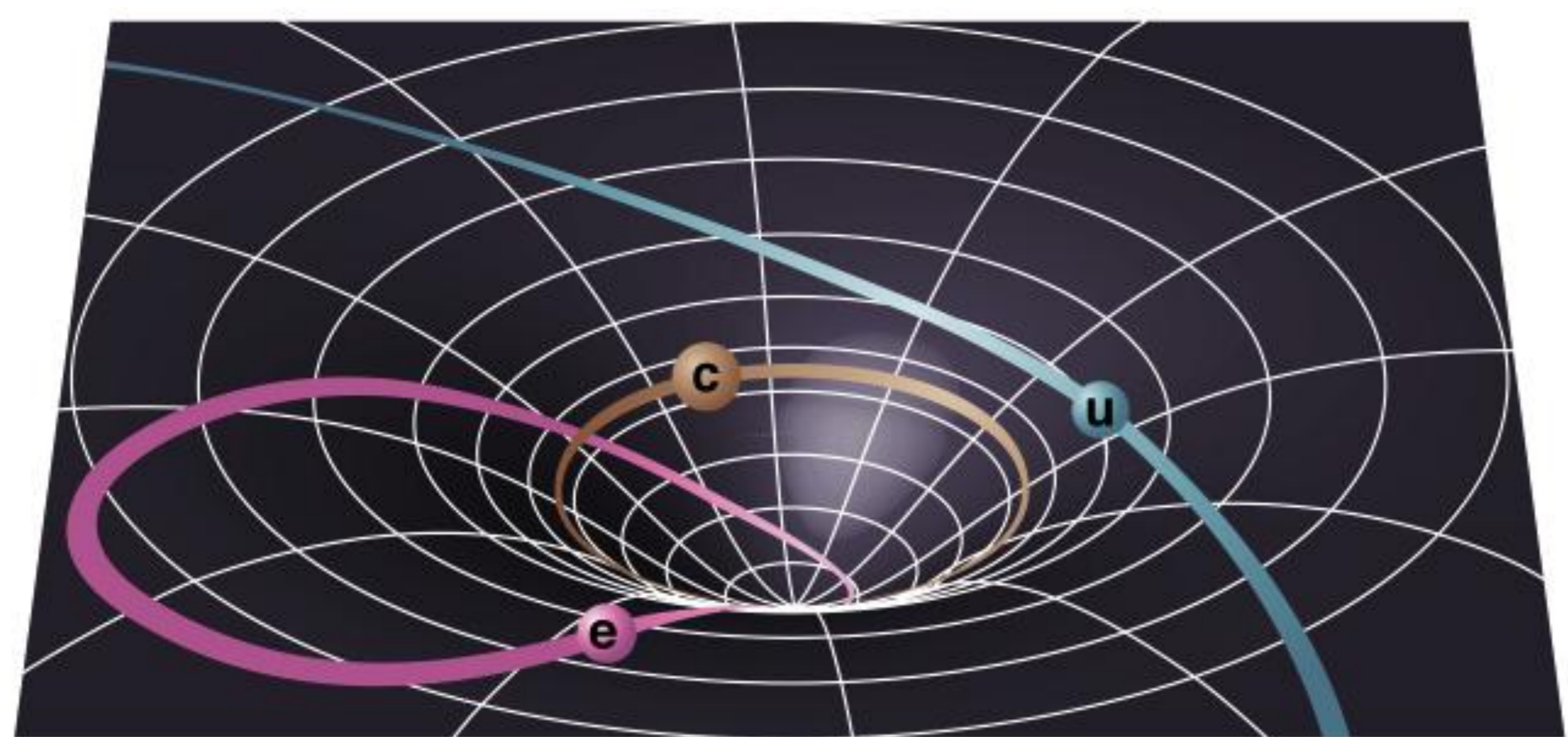
Tore



Bouteille de Klein

Géométrie de l'Univers

Ces nouvelles géométries, d'abord considérées comme de simples curiosités mathématiques, deviennent, à partir des travaux d'**Einstein** (1905 et 1916) et de l'avènement de la **relativité générale**, d'une importance fondamentale en physique, la **structure** métrique de notre **Univers** s'avérant être d'une grande **complexité**.



La relativité générale décrit avec précision la manière dont l'espace **se courbe localement** en présence de masse. Néanmoins, la question de la **forme globale** de l'Univers demeure sans réponse.