printemps des sciences

sciences enVies

du 22 au 28 mars 2010

ULB

XIXème et XXème siècle

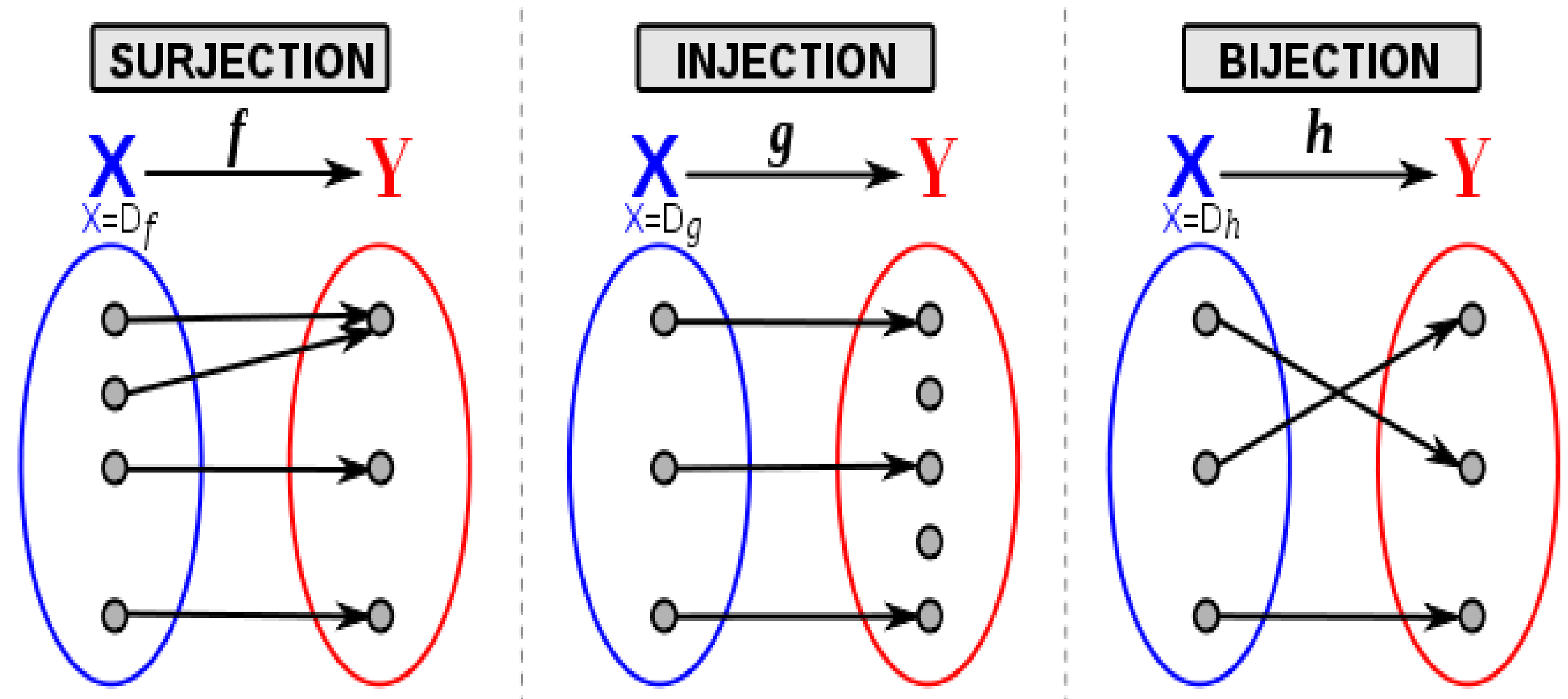
Cantor : fondation d'une véritable « mathématique de l'infiniment grand »

- ➔ comparaison d'ensembles infinis (par bijection) ;
- ➔ il existe différents infinis ;
- ➔ création des nombres transfinis.

Cantor admet et utilise l'infini actuel…

Georg Cantor

Bijection :



Deux infinis différents dans les réels :

L'infini « dénombrable »

➔ *Un ensemble infini est dénombrable s'il peut être mis en bijection avec $\mathbb{N}_0$.*

Ex : $\mathbb{N}$, $2\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$,…

➔ Les éléments de ces ensembles peuvent être classés selon un ordre précis.

L'infini « continu »

➔ *Les ensembles infinis n'étant pas en bijection avec $\mathbb{N}_0$ sont dits continus.*

➔ Ces ensembles ont un nombre d'éléments infini «plus grand» que le dénombrable.

➔ Éléments impossibles à dénombrer.

Ex : [0,1] , $\mathbb{R}$, …

Il y a autant de naturels pairs que de naturels :

On a la bijection f : $\mathbb{N}_0 \longrightarrow 2\mathbb{N}$

$n \longrightarrow 2n$

▪ *A chaque nombre naturel :*									
1	2	3	4	5	6	7	8	…	∞
↓	↓	▪ *On associe un naturel pair :*							
2	4	6	8	10	12	14	16	…	∞

Il y a autant d'entiers que de naturels :

On a la bijection f : $\mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}_0$

$$z \longrightarrow \begin{cases} 2z+1 & \text{si } z \geq 0 \\ -2z & \text{si } z < 0 \end{cases}$$

▪ *Entiers négatifs (et 0) :*								
		0	-1	-2	-3	-4	…	
▪ *Naturels :*								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
▪ *Entiers positifs :*								
		1	2	3	4	…		

FACULTE DES SCIENCES

UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES