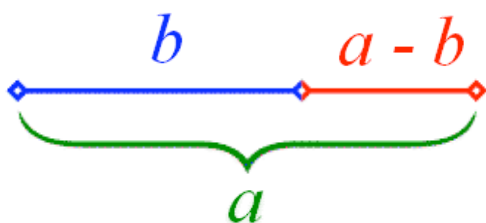


**Le nombre d'or**  
 Adam V., Herinckx A., Lommaert C., Nisol G.,  
 Robette M., Wéry S.  
 Département de Mathématiques

« La géométrie contient deux grands trésors : l'un est le théorème de Pythagore ; l'autre est la division d'une ligne en moyenne et extrême raison. Le premier peut être comparé à une règle d'or ; le second à un joyau précieux. »

KEPLER



Division en moyenne et extrême raison :

La longueur du **segment** est à celle du **grand morceau** comme la longueur du **grand morceau** est à celle du **petit**.

EUCLIDE

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{a}{b} - 1}$$

On pose  $\varphi = \frac{a}{b}$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{1}{\varphi - 1}$$

$$\Leftrightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618...$$

Propriétés :

$$\bullet \varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

«  $\varphi$  est le plus irrationnel des nombres irrationnels »

$$\bullet \varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

$$\bullet \frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$$

$$\bullet \varphi^n = \varphi^{n-1} + \varphi^{n-2}$$



Luca PACIOLI