

## Évolution(s) – Révolution(s) 23 - 29 mars 2009

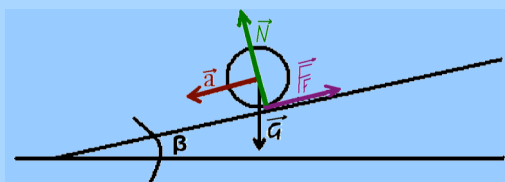
### La Ferrer O Ball !



### Étudiants de première année en Électronique appliquée Comportement de la bille sur un plan incliné

Le but du projet est d'arriver à ramener une bille au centre de la plaque et de la maintenir en équilibre.

Commençons par imposer un angle  $\beta$  à la plaque pour mettre la bille en mouvement dans la bonne direction



- $\vec{a}$  : accélération
- $\vec{N}$  : force normale
- $\vec{F}_f$  : force de frottement
- $\vec{G}$  : force d'attraction terrestre (poids)
- $\beta$  : angle du plan avec l'horizontale

Déplacement linéaire:  $\sum \vec{F} = m * \vec{a} \quad x_a = x_b + v_i.t + 1/2 a.t^2$

Mouvement rotatif:  $\sum \vec{r} \times \vec{F} = I \alpha$

- $x_a$  : point cible, centre de la plaque.
- $x_b$  : position initiale mesurée de la bille.
- $v_i$  : vitesse initiale de la bille.
- $I$  : moment d'inertie  $I = (2/5) m R^2$
- $\alpha$  :  $a/t$ , accélération angulaire
- $m$  : masse de la bille
- $R$  : rayon de la bille

En résolvant les équations du mouvement, on trouve l'accélération :  $a = 5/7 g \cdot \sin(\beta) \quad \Rightarrow \quad x_a - x_b - v_i.t = 5/14 g \cdot \sin(\beta).t^2$

$\Rightarrow \quad \sin(\beta) = \frac{x_a - x_b - v_i.t}{5/14 g.t^2}$  Il faut calculer cet angle  $\beta$  pour chaque direction du plan, (x et y).

Dans un souci de précision, nous avons pris en compte le fait qu'une fois le calcul effectué, la bille n'aura pas la même position, ni la même vitesse. Nous avons donc intégré le temps de calcul et de mesure dans l'équation.

- $t_c$  : temps de calcul
- $t_r$  : temps de mesure

La position est dès lors mesurée 2 fois successivement (à un intervalle  $\Delta t_1$ ) afin d'avoir une estimation de la nouvelle position,  $x'_a$ , de la bille mais aussi de sa nouvelle vitesse,  $v'_i$ .

$v'_i = \frac{\Delta x}{\Delta t_1}$   $\Delta x$ : différence entre les positions mesurées

Dans ce processus, la bille est en **mouvement accéléré**, elle ne s'arrêtera pas ! Au contraire ! Il faut donc la ralentir !

Pour résoudre ce problème, l'idée poursuivie est de ré-estimer l'angle  $\beta$  à intervalles de temps réguliers  $\Delta t$  :

$t_c + t_r < \Delta t \ll T$   $T$  : temps total pour aller de a à b

L'angle imposé diminuera au fur et à mesure que la bille s'approche de la position cible et si jamais elle la dépasse, l'angle sera inversé.

Cette méthode **prédictive**, implémentée en boucle, est cependant très difficile à mettre en œuvre car il y a toujours des effets additionnels (mise en route des moteurs, temps de transmission, ...) dont on ne sait pas complètement tenir compte.

$\Rightarrow$  D'où l'idée d'implémenter, une autre méthode, non prédictive, le PID !