printemps des sciences

Sciences en tête 13 - 19 mars 2006

ULB

MATHEMATIQUES ET MUSIQUE

Isabelle Reis, Maud Vidick, Tom Goedert, Wei He
Département de mathématique

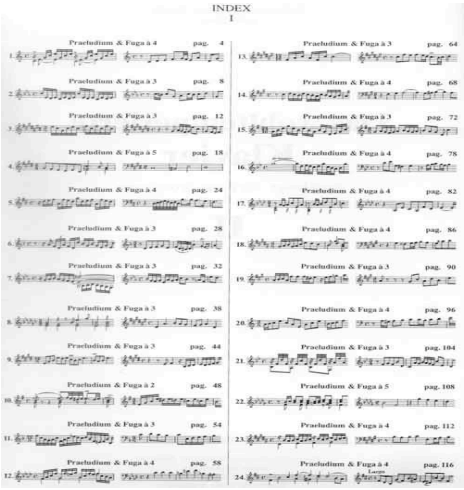
Solution au problème de Pythagore: La gamme tempérée

Pour former la gamme tempérée, on décrète que l'octave doit être divisée en 12 intervalles égaux appelés demi-tons tempérés. Si l'on note *r* le rapport de fréquence correspondant à l'un de ces intervalles, on doit avoir: $r^{12} = 2 \Leftrightarrow r = \sqrt[12]{2} \cong 1,059$

En langage scientifique, on dit que le demi-ton tempéré correspond à la **moyenne géométrique** des 12 demi-tons naturels. (A. Weickmeister 1645/46)

Intérieur d'un piano à queue, premier instrument accordé sur le mode de la gamme tempérée.

Le clavier bien tempéré de Jean-Sebastien Bach (1685-1750) contribua à faire accepter cette gamme. Cette oeuvre comprend 24 préludes et fugues écrites dans les 12 tonalités majeures et les 12 tonalités mineures correspondantes.



Ci-dessus, J-S. BACH.

Ci-contre, index du clavier bien tempéré (1722).

A l'heure actuelle, nos oreilles sont tout à fait habituées à cette gamme, si bien qu'une tierce majeure actuelle (définie par un rapport de fréquence égal à 5/4) nous semble fausse.

Harmonie et harmoniques

Le son

Le son est caracterisé par 4 paramètres:

- La **hauteur**, mesurée en Hertz (Hz);
- La **durée** qu'on exprime en secondes;
- L'**intensité** s'exprime donc en W/m².

Lorsque l'oreille perçoit des sons d'intensités respectives I, 2I, 4I, elle juge que l'écart d'intensité entre les sons I et 2I est le même que celui entre 2I et 4I. L'oreille est sensible aux rapports et non aux différences. On dit que l'oreille travaille de manière **logarithmique**.

$$L = log(\frac{I}{I_0}) \text{ où L=niveau sonore (en db)}$$
$$\text{et } I_0 = \text{intensité de référence}$$

Echelle des niveaux sonores (dB).

© Toute reproduction, même partielle, doit indiquer clairement le nom de tous les auteurs, le nom du Service/Département, ainsi que la mention « printemps des sciences 2006 - Bruxelles»

FACULTE DES SCIENCES
UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES