printemps des sciences

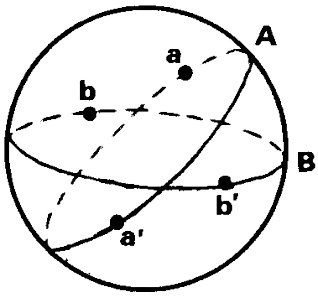
Sciences en t ête 13 - 19 mars 2006

ULB

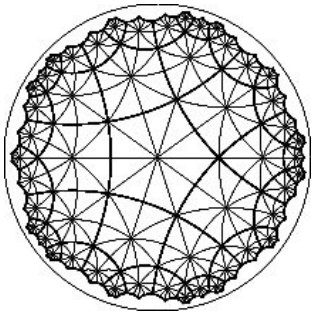
Bernhard Riemann (suite):

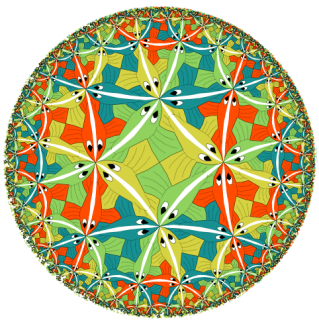
Contestant le 5ème postulat d'Euclide (« par un point extérieur à une droite, il passe une et une seule parallèle à cette droite »), **Riemann, Bolyai, Lobatchevsky** et **Gauss** mirent au point des **géométries non euclidiennes**, qui allaient être d'une importance capitale, notamment pour la théorie de la relativité d'Einstein.

« **La somme des amplitudes des angles d'un triangle ne vaut pas toujours 180° !** »



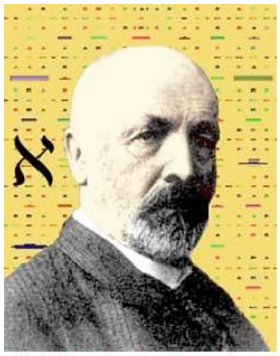
Plan elliptique


Pavage du plan hyperbolique par des triangles.


Pavage du plan hyperbolique par des triangles et des quadrilatères - Escher

Georg Cantor: « *L'essence des mathématiques, c'est la liberté* »

$$\overset{?}{\neq}$$


GEORG CANTOR

Cette liberté, **Cantor** l'utilisa à défier l'infini: il établit que l'on pouvait ordonner entre eux les cardinaux des ensembles infinis. En d'autres termes, **il y a des infinis plus grands que d'autres!** Par exemple, Cantor montra qu'il y a autant de nombres naturels que de fractions, alors que les nombres réels, eux, sont beaucoup plus nombreux!

$$\begin{array}{lllllll}
r_1 = 0.\, d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & \cdots \\
r_2 = 0.\, d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & \cdots \\
r_3 = 0.\, d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & \cdots \\
r_4 = 0.\, d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & \cdots \\
r_5 = 0.\, d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & \cdots \\
\vdots & & & & & \\
r = 0.\, d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 & \cdots
\end{array}$$

Démonstration imagée du surnombre des nombres réels par rapport aux nombres rationnels

Plus ou moins à la même époque, **Gödel**, lui, indiqua le prix à payer pour cette liberté avec un résultat qui fit trembler la communauté des mathématiciens. Il montra que, quelles que soient les hypothèses de base (axiomes) que l'on fait, **il existera toujours une proposition** indécidable, c'est-à-dire **dont on ne pourra décider si elle est vraie ou fausse**! Pire, on ne pourra jamais être certain que l'édifice mathématique bâti sur ces hypothèses ne s'écroulera pas, suite à une contradiction!

Kurt Gödel 1906 - 1978