printemps des sciences

Science et ville 14-20 mars 2005

ULB

Problème du plus court chemin

On se donne n villes et la longueur d_{ij} de la route entre les villes i et j (cela pour $\forall i, j = 1,...,n$; s'il n'y a pas de route allant de i à j, alors $d_{ij} = \infty$).

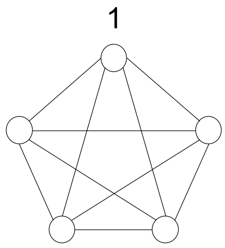
Quel est le chemin de 1 à n de longueur minimum ?

ALGORITHME DE DIJKSTRA

Notons:
- $\lambda_i(k)$ la marque du sommet i à l'étape k
- $\overline{\lambda}_i$ la marque définitive du sommet i
- $M(k)$ l'ensemble des sommets marqués définitivement à la fin de l'étape k
- n_k le numéro du sommet marqué définivement à l'étape k (sa marque étant donc $\overline{\lambda}_{n_k}$)

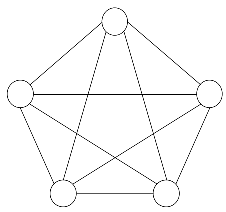
Etape 1

$$\lambda_i(1) = d_{1i}, \forall i \neq 1$$
$$\lambda_i(1) = 0 = \overline{\lambda}_1$$
$$n_1 = 1$$
$$M(1) = \{1\}$$



Etape k+1

$$\lambda_i(k+1) = \min_i \{\lambda_i(k), \overline{\lambda}_{n_k} + d_{n_k i}\}, \forall i \notin M(k)$$
$$\overline{\lambda}_{n_{k+1}} = \min_i \{\lambda_i(k+1)\}$$
$$M(k+1) = M(k) \cup \{n_{k+1}\}$$



Cet algorithme ne fonctionne que si les distances sont positives!

Applications

- Itinéraires via Michelin
- GPS

FACULTE DES SCIENCES

UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES