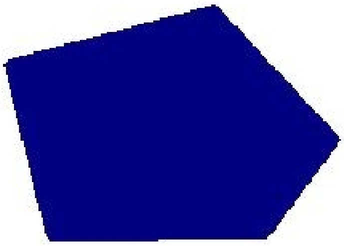
Printemps des Sciences 2004

Faculté des Sciences

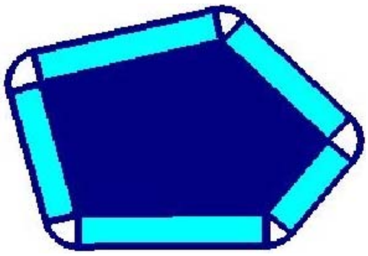
Mathématiques

Approche de Minkowski

Considérons un polygone $\boldsymbol{C}$



$$\boldsymbol{C}(h)=\{p\in\mathbf{E}^2 \mid d(p,\boldsymbol{C})\le h\}$$

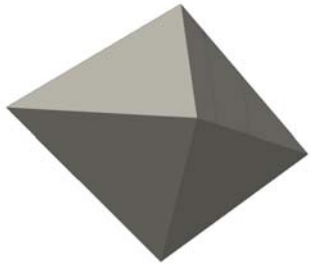


$$\text{Aire de } \boldsymbol{C}(h) = \text{Aire de } \boldsymbol{C} + (\text{Périmètre de } \boldsymbol{C}).h + \pi h^2$$

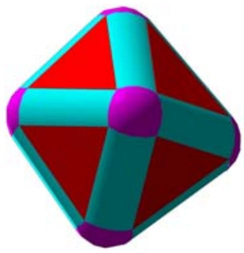
$$\frac{\text{Aire } \boldsymbol{C}(h) - \text{Aire } \boldsymbol{C}}{h} = \text{Périmètre de } \boldsymbol{C} + \pi h$$

$$\frac{d}{dh}\text{Aire } \boldsymbol{C}(h)\big|_{h=0} = \text{Périmètre de } \boldsymbol{C}$$

Considérons un polyèdre $\boldsymbol{C}$



$$\boldsymbol{C}(h)=\{p\in\mathbf{E}^3 \mid d(p,\boldsymbol{C})\le h\}$$



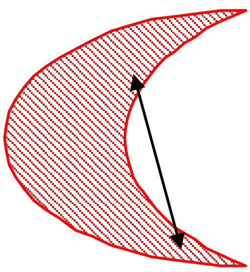
$$\text{Volume de } \boldsymbol{C}(h) = \text{Volume de } \boldsymbol{C} + (\text{Aire latérale de } \boldsymbol{C}).h + \sum_{\text{arêtes } a} (\text{longueur de } a)\pi\frac{\alpha}{2\pi}h^2 + \frac{4}{3}\pi h^3$$

$$\frac{\text{Vol } \boldsymbol{C}(h) - \text{Vol } \boldsymbol{C}}{h} = \text{Aire latérale de } \boldsymbol{C} + \sum_{\text{arêtes } a} (\text{longueur de } a)\frac{\alpha}{2}h + \frac{4}{3}\pi h^2$$

$$\frac{d}{dh}\text{Vol } \boldsymbol{C}(h)\big|_{h=0} = \text{Aire latérale de } \boldsymbol{C}$$

Par passage à la limite, on a le même résultat pour tous les corps convexes.

Non convexe



Convexe