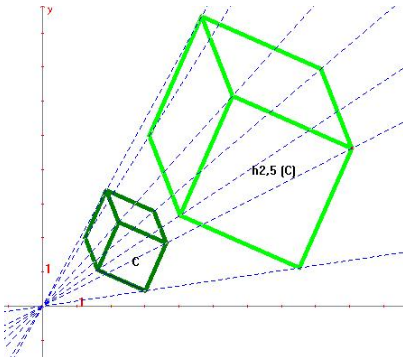
Printemps des Sciences 2004

Faculté des Sciences

Mathématiques

Choix de la variable

Utilisons l'homothétie $h_s : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : x \to sx$
Soit v le volume et a l'aire latérale d'une figure $\boldsymbol{F}$.



Soit $V(s)$ et $A(s)$ le volume et l'aire de la figure $h_s(\boldsymbol{F})$:

$$A(s) = as^2 \qquad V(s) = vs^3 \qquad \frac{dV}{ds} = 3vs^2 \neq as^2$$

Changeons de variable en posant $s = kt$ où k est constant, il vient alors :

$$\tilde{V}(t) = vk^3t^3 \qquad \frac{d\tilde{V}}{dt} = 3vk^3t^2 \qquad \tilde{A}(t) = ak^2t^2$$

En imposant $3vk^3t^2 = ak^2t^2$, on tire k et la nouvelle variable :

$$t = \frac{s}{k} = 3\frac{vs}{a} = 3\frac{V(s)}{A(s)}$$

Et plus généralement en dimension n :

$$t = n\frac{V(s)}{A(s)}$$ où V et A généralisent volume et aire.

Exemple

Un cube de côté c est l'image d'un cube de côté 1 par une homothétie de rapport c :

$$V(c) = c^3 \qquad t = 3\frac{c^3}{6c^2} = \frac{c}{2}$$

$$A(c) = 6c^2$$

ULB