Faculté des Sciences

Le Problème des 2 Corps

En se basant sur les lois de Kepler, NEWTON trouve la LOI DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE (1687):

$$\vec{F}_1 = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}\,\vec{1}_{12} = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^3}\,\vec{r}_{12}$$

Le problème des 2 corps: « Etant donné un système composé de 2 corps, m_1, m_2, qui s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton (et qui ont un moment angulaire non nul), trouver la trajectoire de chacun des corps. »

Supposons d'abord que le corps m_2 est fixe. La force attirant m_1 vers m_2 vaut moins la dérivée d'une énergie potentielle U(r):

$$U(r) = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}$$

Pour tenir compte du moment angulaire, on utilise une énergie potentielle effective $U_{eff}(r)$:

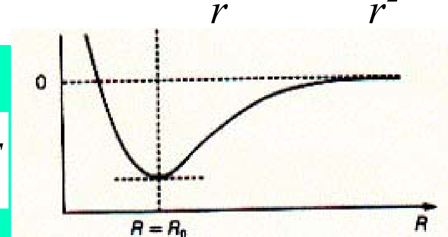
$$U_{\text{eff}}(r) = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} + \frac{2 m_1 A^2}{r^2}$$

où A est l'aire balayée pendant une unité de temps et vaut:

$$A = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta}$$

En résolvant l'équation différentielle:

$$\frac{1}{2} m_1 \dot{r}^2 + U_{eff}(r) = E$$



on trouve l'équation d'une conique:

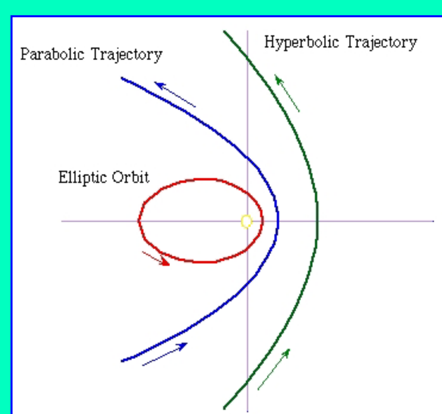
$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos\theta}$$

avec $p = \frac{4A^2}{G \cdot m_2}$ et $e\,(\text{excentricité}) = \sqrt{1 + \frac{8EA^2}{G^2 \cdot m_1 \cdot m_2^2}}$

Si E < 0 (… |én…

si E = 0 (… |én…

si E > 0 (… |én…



En laissant maintenant le corps m_2 évoluer lui aussi, on peut décomposer le mouvement global en deux parties: chaque corps dessine une ellipse (ou une parabole ou une hyperbole) dont un foyer est occupé par le centre de masse, et celui-ci est en m.r.u.