Libert Cédric
Cornu Nicolas
2ème candidature - physique

Rapport du Printemps des Sciences:

La conservation de l'énergie dans les machines simples

Introduction

En physique, existent quatre lois de conservation :

- la conservation de l'énergie totale liée à la symétrie des translations dans le temps,
- la conservation de la quantité de mouvement liée à la symétrie des translations dans l'espace,
- la conservation du moment angulaire liée à la symétrie des rotations,
- la conservation de la charge électrique liée à l'invariance de jauge.

Ces quatre lois de conservation sont reprises dans le théorème de Noether.

Lorsqu'on exerce une force sur un objet et que celui-ci se met en mouvement, il y a travail. Le travail physique est donc lié au produit de la force par le déplacement de l'objet qui subit cette force. Si la force fait un angle avec la direction du déplacement, la "valeur efficace" de la force sera moindre. Pour généraliser le produit, nous utiliserons dès lors le produit scalaire. De plus, l'intensité et l'angle d'attaque de la force peuvent varier en cours de route, il faudra donc procéder à une sommation des travaux effectués sur chaque partie du déplacement. En passant à la limite de déplacements infinitésimaux, on retrouve le concepte de l'intégrale. Et le travail produit par la force pour aller de x_0 à x_1 devient donc:

$$\int_{\vec{x}_0}^{\vec{x}_1} \vec{F}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}$$

Cette intégrale définie nous donne bien un scalaire qui est la valeur du travail.

Le travail s'exprime en Joule comme l'énergie, ce qui signifie qu'il y a un lien. En effet, lorsqu'on produit un travail sur un objet, on lui fournit une quantité d'énergie égale au travail. Par exemple, soulevons d'un mètre à la verticale un objet d'un kilogramme, dans le champ de la pesanteur terrestre:

poids de l'objet = M.g = 9.81 N (Newton)

il faut donc exercer une force de 9.81 N pour soulever cette masse et on exerce cette force sur un déplacement d'un mètre, on produit donc un travail de 9.81 J. Or, à sa position finale, cet objet aura une énergie potentielle augmentée de M.g.Δh = 9.81 J par rapport à sa position initiale. De ce fait, le corps qui fournit le travail, donne une partie de son énergie, le corps qui subit le travail, récupère cette énergie. N'oublions pas que les forces de frottement (sous ce nom sont regroupées toutes les forces qui vont à l'encontre du déplacement dues, entre autres, aux chocs entre molécules) fournissent également un travail qui va contre le déplacement. Ces forces étant en sens inverse au déplacement, le produit scalaire est négatif et le travail l'est également. Le corps en mouvement perd donc une partie de son énergie cinétique qui se dissipe sous forme d'énergie calorifique qui n'est rien d'autre que de l'énergie cinétique de vibration des molécules.

En mécanique, l'énergie se décompose en énergie cinétique et en énergie potentielle. L'énergie cinétique est proportionnelle à la masse, au carré de la vitesse:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} M V^2$$

L'énergie potentielle est liée au champ de force positionnelle :

$$V(x) = -\int F(x)dx$$

On trouve des potentiels gravitationnel, électromagnétique, nucléaire liés aux forces correspondantes. Cette énergie est potentielle en ce sens qu'elle pourrait être convertie en énergie cinétique qui est l'énergie visible, "palpable": l'énergie du mouvement.

Nous savons que l'énergie totale doit être conservée:

$$\frac{dE}{dt} = 0 = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2} M\dot{X}^2 - \int F(X)dX\right] = M\ddot{X}\dot{X} - F(X)\dot{X}$$

$$\Leftrightarrow M\ddot{X} = F(X)$$

Et on retrouve l'équation de Newton. On notera que souvent on fait le chemin inverse, partant de l'équation de Newton.

Je terminerai cette introduction, en parlant du problème récurrent de l'approvisionnement énergétique de nos sociétés car, me direz-vous, si conservation il y a, nous ne devrions pas avoir de problème. Avant de produire un travail, il faut de l'énergie, même si celui-ci peut être à nouveau transformé en énergie. Au départ, il faut de l'énergie, et cette énergie nous donne rarement un travail "utile" à 100%. Il y a toujours une partie de l'énergie qui se perd (frottement, perte caorifique…); de plus notre énergie sort souvent de processus thermodynamique où une partie de l'énergie sert à l'entropie. Dès lors, même s'il y a conservation, celle-ci n'a malheureusement pas lieu qu'entre travail "utile": il ne suffirait pas de descendre chaque brique d'une maison qu'on démolit pour soulever les briques de celle que l'on construit.

Les 2 pistons[1]

L'expérience est composée de deux seringues de sections différentes reliées par un tube flexible contenant de l'eau. Les visiteurs pouvaient appuyer sur les deux seringues et tester la différence de force à appliquer.

Nous avons abordé l'explication par deux voies différentes. Dans les deux cas, on suppose le fluide incompressible: une diminution de volume dans un des deux pistons doit correspondre à une augmentation du volume dans le second.

Il y a donc *conservation du volume* : $\Delta V_1 = -\Delta V_2$

1°) Partons de la conservation de l'énergie.

Comme nous avons une machine simple, celle-ci ne consomme ni produit de l'énergie.

Il y a donc *conservation de l'énergie* :

$$F_1 \Delta L_1 = -F_2 \Delta L_2$$ L' énergie reçue par le travail du monde extérieur sur un des pistons est rendue à celui-ci par l'autre piston.

$$\frac{F_1 \Delta L_1}{\Delta V_1} = \frac{-F_2 \Delta L_2}{-\Delta V_2}$$ Par conservation du volume.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad car \Delta V_\alpha = S_\alpha \Delta L_\alpha$$

On retrouve *le principe de Pascal*: il y a égalité des pressions dans tout le système et il faut, dès lors, une plus grande force sur le piston à la section la plus grande.

2°) Partons du principe de Pascal.

Le fluide exerce la même pression dans tout l'appareillage:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

[1] voir Fig1

$$\frac{F_1}{S_1}\Delta V_1 = -\frac{F_2}{S_2}\Delta V_2$$ Par conservation du volume.

$$F_1\Delta L_1 = -F_2\Delta L_2 \qquad car \Delta V_\alpha = S_\alpha \Delta L_\alpha$$

Donc, l'énergie fournie à l'appareil par le travail produit sur un des pistons est intégralement transmise en travail produit par l'autre piston (sur le monde extérieur). Dès lors, le système n'emmagasine ni produit de l'énergie, ce qui correspond à la définition d'une machine simple.

Lors de l'exposition, nous avons également utilisé une presse hydraulique prêtée par l'Expérimentarium. Celle-ci fonctionne sur le principe énoncé ci-dessus (avec de l'huile au lieu d'eau): on place le bout de bois à briser sur le piston à grosse section et on pompe sur le piston à petite section; on gagne en force mais… on perd en distance.

NB: dans le cas d'un système idéal (fluide parfaitement incompressible, pas de frottement,…), si on a le vide sur le second piston, on ne doit produire aucun travail sur le premier.

Le palan[2]

Etant donné que le palan à "un rapport 6", la distance sur laquelle remonte le "porte-charge" vaudra le sixième de la distance tirée sur la corde (ce rapport dépend directement du nombre de poulies qui définit le nombre d'aller-retour).

$$\Delta L_1 = -6\Delta L_2$$

Il y a conservation de l'énergie (machines simples):

$$F_1\Delta L_1 = -F_2\Delta L_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{F_2} = -\frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{\Delta L_2}{6\Delta L_2} = {}^{1}\!/_{6}$$

Donc, la force exercée sur le "porte-charge" est six fois plus grande que la force exercée sur la corde mais la distance parcourue est six fois moindre.

Lors de l'exposition, le palan n'est pas arrivé à temps le premier jour, et la place n'était pas prévue. Nous avons donc abandonné cette partie. Pour cette raison, le rapport de cette activité est très bref mais vous pouvez voir ce qui était préparé sur nos panneaux.

---

[2] voir Fig2 et Fig3

Une bille qui remonte une pente?!

Sur un plan incliné (7°-8°), on dispose 3 aimants à intervalles réguliers. Des billes métalliques sont placées en amont de chaque aimant. Une bille est poussée (puis attirée) contre le premier aimant. Le choc est transmis, la dernière bille en amont remonte jusqu'à l'aimant suivant et ainsi de suite avec une vitesse de plus en plus importante. Donc, l'énergie cinétique augmente malgré l'augmentation d'énergie potentielle (due à la pente).

Y'aurait-il violation du principe de conservation de l'énergie.

Les aimants exercent une force entre eux, ils s'attirent, se repoussent[3]. Le champ magnétique de l'aimant peut induire un champ dans certains métaux. De cette manière, les billes d'acier sont attirées par l'aimant. Ces forces provoquent un déplacement de la bille, donc l'aimant produit un travail sur la bille (et lui fournit de l'énergie).

Procédons à l'expérience suivante[4]: la bille est posée sur une surface horizontale; on approche l'aimant par au-dessus, la bille se soulève et gagne en énergie potentielle.

masse de la bille: 4,15 g
soulevée à une hauteur de 2,6 cm par l'aimant
gain de 0,00106 J

En contrepartie, puisqu'il y a conservation de l'énergie totale du système, l'énergie contenue dans le champ magnétique de l'aimant à dû diminuer de la même quantité.

L'aimant est donc tout à fait capable de fournir de l'énergie à la bille. Cette diminution de l'énergie du champ est explicable par un changement au niveau de la configuration spatiale de ce champ.

Revenons à notre plan incliné, sur celui-ci, l'aimant peut exercer un travail sur la bille (nous venons de le voir), il y a donc existence d'un potentiel magnétique. La bille qui se trouverait en seconde position, serait tenue par l'aimant avec une force moins grande (la force magnétique est inversément proportionnelle au carré de la distance), le travail pouvant être effectué sera donc moindre et le potentiel est plus bas. Les billes se trouvent donc dans un puit de potentiel, et il leur faut suffisemment d'énergie pour franchir la barrière de potentiel et sortir du puit.

Comme, dans notre expérience, la bille qui arrive se place en première position, en aval, et la bille qui part se trouve en deuxième position en amont, le puit de potentiel de la première est plus "profond" que celui de la deuxième[5]. Dès lors, comme l'énergie totale du système doit rester constante, la bille qui part a suffisemment d'énergie pour sortir du puit (grâce à la différence des potentiels) et

[3] voir Fig4
[4] voir Fig5
[5] voir Fig6

celle-ci prend le surplus d'énergie sous forme d'énergie cinétique qui lui permet d'atteindre l'aimant suivant et ainsi de suite.

Pour que l'expérience fonctionne, il faut donc toujours plus de billes en amont qu'en aval de l'aimant pour qu'il y ait une différence au niveau des potentiels. Bien sûr, pour que l'appareil fonctionne, il faut régulièrement remettre les billes à leurs places. Il faut donc détacher certaines billes des aimants, produire un travail pour les arracher. Ainsi, en quelque sorte, on "recharge" les champs magnétiques des aimants, il n'y a donc pas de source infinie d'énergie.

Vous trouverez en annexe, un document Maple. Celui-ci donne un aperçu des énergies en jeu avec des paramètres arbitraires. Tout d'abord, nous définissons les forces en jeu (le rapport est fait de telle sorte que le poids de la bille valle 1), puis, par intégration, le travail de ces forces et donc l'énergie potentielle, et enfin l'énergie cinétique et la vitesse (en considérant que la bille a suffisemment d'énergie pour passer le premier aimant). Ce document a été préparé par monsieur Colot, le troisième jour de l'exposition suite à l'étonnement de monsieur le doyen.

Cette expérience fut montrée au public car on a souvent tendance à oublier l'énergie contenue dans les champs électromagnétiques. Cette expérience fut, pour notre stand, celle qui, le plus, attira et interpela le public.

NB : Pour la partie sur les machines simples, les équations sur les panneaux ne sont pas les mêmes, elles ont été simplifiées pour le public, évitant les signes caballistiques. De plus, nous n'avons pas trop joué avec les signes.

L'Energie Nucléaire

Un noyau atomique se compose de protons et de neutrons. Or les protons ont une force de répulsion coulombienne entre eux, ceci signifie qu'une autre force maintient les nucléons ensembles, une force qui, pour les distances nucléaires, est plus forte que la force électromagnétique: c'est la force nucléaire. Cette force maintient une certaine cohésion dans le noyau; il y a donc un puit de potentiel et qui dit potentiel, dit énergie. La relation d'Einstein pour l'énergie nucléaire se décline comme suit:

$$E = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2}$$

On retrouve ainsi pour un objet sans quantité de mouvement: E=mc^2 et pour un objet de masse nulle (photon): E=cp.

Prenons l'atome d'oxygène: ${}^{16}_{8}O$, 16 étant le nombre de nucléons et 8 le nombre de charges (soit un noyau de 8 protons et 8 neutrons). Prenons ses constituants et comparons les masses:

$$8\,{}^{1}_{0}n + 8\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{16}_{8}O$$

Masse du neutron: 1.67493 10^{-27} kg
Masse du proton: 1.67262 10^{-27} kg
Masse du noyau d'oxygène: 2.65535 10^{-26} kg
Masse du membre de gauche: 2.67804 10^{-26} kg

Donc, lors de la formation du noyau d'oxygène à partir de ses constituants, par l'équation ci-dessus (équation "académique" car l'oxygène ne se forme pas de cette façon), on constate une perte de masse:

$$2.65535 \ 10^{-26} \text{ kg} - 2.67804 \ 10^{-26} \text{ kg} = - 2.269 \ 10^{-28} \text{ kg}$$

Cette masse, par la relation d'Einstein, $E = mc^2$, c'est transformée en énergie. La réaction ci-dessus a donc libéré une énergie de 2.0421 10^{-11} J soit 1.274 10^{8} eV. Le fait q'une telle énergie soit libérée procure toute sa stabilité au noyau d'oxygène; en effet il faudrait procurer la même énergie pour séparer les constituants.

Certains éléments vont spontanément émettre des particules pour libérer de l'énergie et augmenter leur stabilité:

Réaction	A	Z	
α expulsion d'un noyau d'hélium	-4	-2	${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$
β^- expulsion d'un électron	0	+1	${}^{227}_{89}Ac \rightarrow {}^{227}_{90}Th + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu_e}$
β^+ expulsion d'un positon	0	-1	${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{1}e + \nu_e$
β capture d'un électron	0	-1	${}^{73}_{33}As + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{73}_{32}Ge + \nu_e$
γ production de rayonnement	0	0	noyau excité →noyau désexcité + ${}^{0}_{0}\gamma$
fission spontanée (de noyaux lourds)			noyau→noyaux plus petits+neutrons

Vous remarquerez que nous avons ajouter les neutrinos par rapport aux affiches de l'exposition, ils furent éliminés par souci de simplification. En effet, si on ne tient pas compte des neutrinos,en appliquant la conservation de l'énergie, l'électron ou le positon émis par les désintégrations β serait monoénergétique, de plus ces réactions n'auraient lieu que sous certaines conditions énergétiques. Or ce n'est pas ce qui est observé, les électrons ont un spectre énergétique (en forme de "cloche"). Et dès 1930, Pauli défenda l'existence d'une autre particule, le neutrino, pour conserver l'énergie, l'impulsion et le moment angulaire. Les neutrinos furent observés en 1956 et il existe plusieurs saveurs de neutrinos.

Une des utilisations de la théorie nucléaire, en dehors de la production d'énergie dont nous parlons plus loin, sert à la datation. En effet, plus il y a d'atomes en jeu plus il y a de désintégrations et inversément. Le taux de désintégration peut s'écrire comme suit:

$$taux = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\frac{dN}{dt} = kN$$

Le signe négatif est mis car le nombre de particules diminue, et le tout est proportionnel au nombre de particule (N) avec une constante de proportionnalité (k). Par intégration, on trouve:

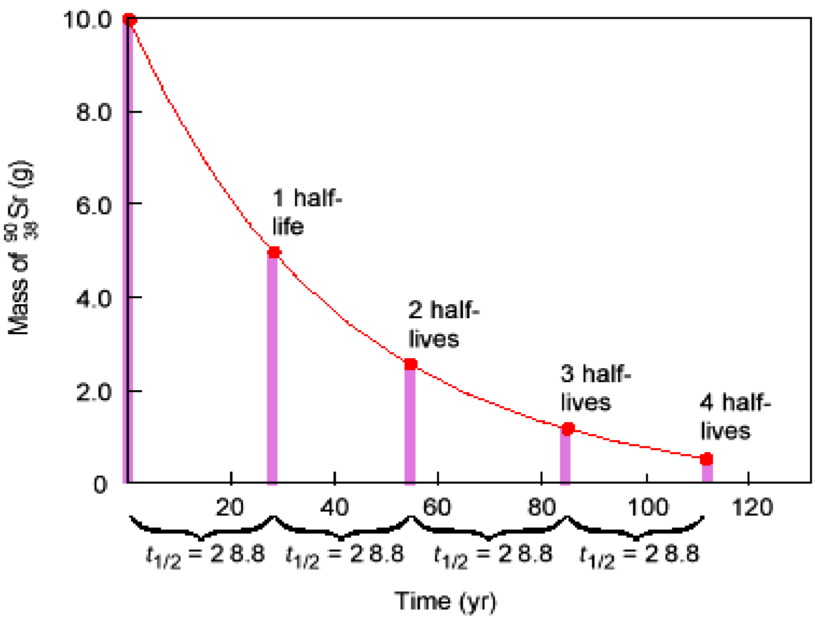
$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -kt$$

où N_0 représente le nombre de particules au temps (t=o) et N, le nombre de particules restantes.

En théorie nucléaire, on parle souvent de temps de demi-vie: temps mis pour que la moitié des particules (initialement présentes) se dégradent.

$$t_{1/2} = -\frac{\ln\left(\frac{\frac{1}{2}N_0}{N_0}\right)}{k} = \frac{\ln(2)}{k}$$

Dès lors, à chaque fois que le temps de demi-vie s'écoule, il nous reste la moitié des particules de l'étape précedente.



Il existe plusieurs méthodes de datation. Pour les objets datant des périodes préhistorique et historique, on utilise la datation au carbone 14 (^{14}C). En effet, tous les êtres vivants absorbent du carbone dont la majeure partie est du carbone 12 (^{12}C) mais dont une partie est composée de ^{14}C. Or le ^{14}C se désintègre comme suit:

$$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}N$$

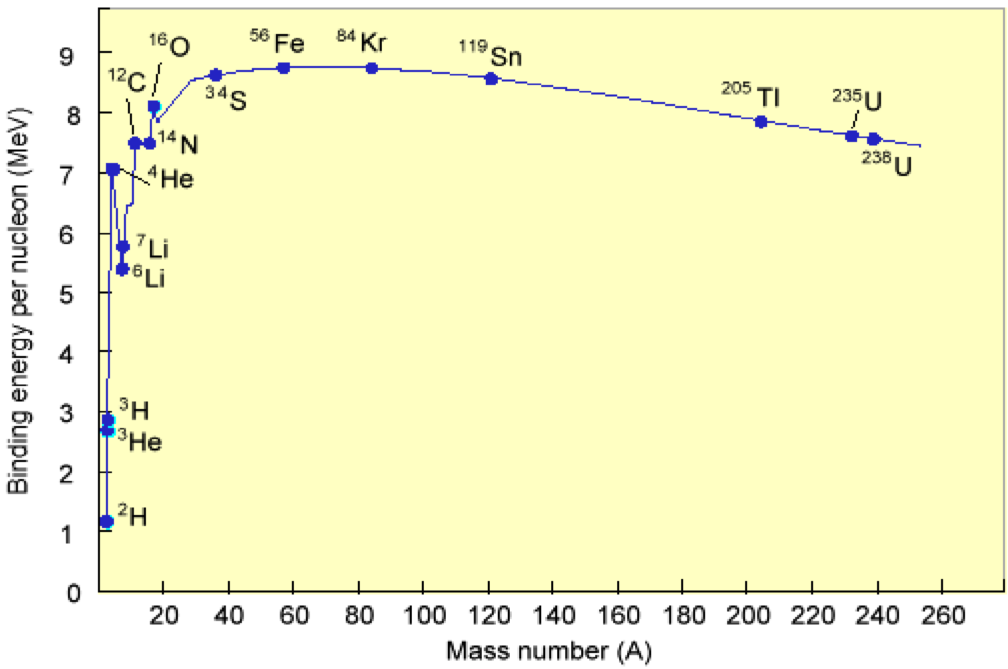
Dès lors, le rapport $^{14}C/^{12}C$ ne cesse de diminuer une fois l'être mort. De plus, les scientifiques considèrent que le taux de ^{14}C est resté constant sur les laps de temps considérés car il est constamment produit dans l'atmosphère:

$$^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}H$$ avec des neutrons de haute énergie.

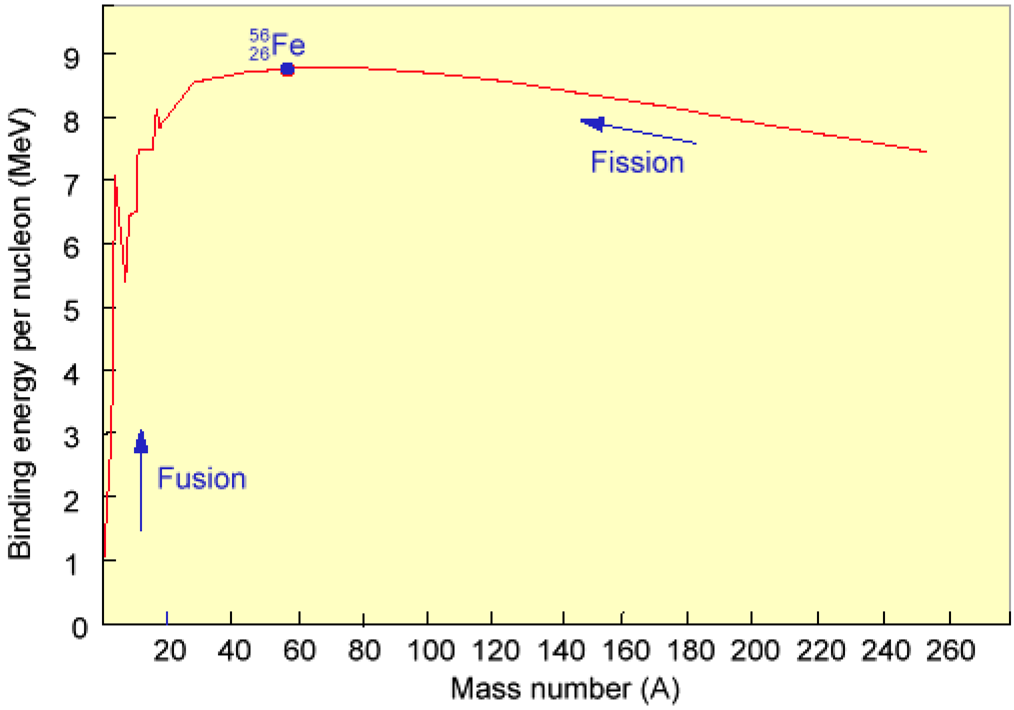
Etant donné que le temps de demi-vie est de 5730 ans, il suffit de comparer le rapport $^{14}C/^{12}C$ dans les objets (qui sont composés pour partie au moins de matière vivante) et corps retrouvés avec le rapport atmosphérique pour dater la couche du sol qui est étudiée. De cette façon, on peut dater des objets qui ont plusieurs fois 5730 ans d'âge.

Pour dater des phénomènes sur les temps géologiques, on utilisera plutôt l'^{238}U contenu dans les roches, dont le temps de demi-vie est de 4.5 milliards d'années et ce par le même type de procédé.

La radioactivité est aussi utilisée au niveau scientifique et médical pour observer les cibles de certains produits, certaines hormones… On remplace un atome par un isotope (même nombre de protons, mais nombre de neutrons différent) radioactif qui peut être suivi à la trace. Inversément, on peut faire ingurgiter une molécule radioactive à un patient, sachant très bien dans quel organe elle va se loger; puis on peut observer l'état de cet organe sans ouvrir le corps.



Si on examine le puit de potentiel de chaque élément (soit l'énergie libérée par la formation de cet élément), on observe que le ^{56}Fe est l'élément le plus stable (voir la figure ci-dessus). Dès lors, tous les éléments plus légers vont tendre vers le ^{56}Fe par fusions successives et tous les éléments plus lourds, par fissions successives.



La fission

Dans un réacteur nucléaire, on provoque la fission d'un noyau d'uranium en noyaux plus petits, en le bombardant de neutrons.

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{236}_{92}U \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{92}_{36}Kr + 3^{1}_{0}n$$

L' ^{236}U est très instable et fissionne spontanément. Cette réaction n'est pas unique. Chacun des trois neutrons peut à son tour bombarder un noyau d'uranium ce qui nous offre une réaction en chaîne. L'énergie produite par cette réaction est de $3.5\ 10^{-11}$ J, soit $2.18\ 10^{8}$ eV. Lorsqu'un kilogramme d'uranium aura fissionné, l'énergie collectée sera de $8.97\ 10^{13}$ J, or il faut $4.184\ 10^{3}$ J pour chauffer un kilogramme d'eau d'un degré…

Revenons à la mécanique, avec un cas simplifié, où on a une grosse particule (1) qui expulse une plus petite (2). Au départ, la quantité de mouvement est nulle, la grosse particule ne bouge pas.

$$p_1 + p_2 = 0 \Leftrightarrow p_2 = -p_1 \Leftrightarrow M_2V_2 = -M_1V_1 \Leftrightarrow V_2 = -\frac{M_1}{M_2}V_1$$

$$E_{c_1} = M_1V_1^2$$

$$E_{c_2} = M_2V_2^2 = \frac{M_1^2}{M_2}V_1^2 = \frac{M_1}{M_2}E_{c_1}$$

Or la masse de la grosse particule est beaucoup plus importante que celle de la petite particule. Dès lors, c'est la petite particule qui prend toute l'énergie sous forme d'énergie cinétique.

On peut faire l'analogie dans notre réacteur nucléaire, en effet, ce sont les trois neutrons qui prendront toute l'énergie de la réaction sous forme d'énergie cinétique. Comme le réacteur est plongé dans l'eau, ces neutrons vont entrer en collision avec les molécules d'eau. Celles-ci vont vibrer et la température de l'eau va augmenter. La vapeur d'eau sous pression peut entraîner une turbine qui produit du courant alternatif par exemple: on a transformé l'énergie nucléaire en énergie cinétique, puis en énergie calorifique, enfin en énergie électrique (les énergies calorifique et électrique ne sont rien d'autre que des énergies cinétiques).

La fusion

A l'heure actuelle, la fusion n'est pas encore au point sur Terre. En effet, les réactions de fusion nécessitent de très hautes températures pour obtenir un plasma. Et l'énergie nécessaire pour provoquer la fusion dépasse l'énergie produite par celle-ci, de plus nous ne la contrôlons pas encore très bien.

Mais un astre pas tellement éloigné de nous réunit les bonnes conditions pour la fusion, c'est le Soleil.

$$\left[{}_1^1H + {}_1^1H \rightarrow {}_1^2H + {}_1^0e + \nu\right]x3$$

$$\left[{}_1^1H + {}_1^2H \rightarrow {}_2^3He\right]x3$$

$${}_2^3He + {}_2^3He \rightarrow {}_2^4He + 2{}_1^1H$$

$${}_2^3He + {}_1^1H \rightarrow {}_2^4He + {}_1^0e$$

La réaction synthétique étant:

$$8{}_1^1H \rightarrow 2{}_2^4He + 4{}_1^0e + 3\nu$$

Masse de l'hélium: 6.64722 10^{-27} kg
Masse de l'hydrogène: 1.67262 10^{-27} kg
Masse du positon: 9.10939 10^{-31} kg

Différence de masse: -8.2916 10^{-29} kg
Energie produite: 7.46 10^{-12} J soit 4.66 10^{7} kg.

Bibliographie

- Cours de 1ère et 2nde candidature
- Chemical Principles (third edition) Zumdahl
- http://www.emmynoether.com/math.htm

Mr Nadone a préféré que nous ne perdions pas notre temps à la lecture.

Conclusion

Je commencerai par les quelques problèmes encourus. Tout d'abord, le problème du temps. Aussi bien pour nous, qui avions des horaires relativement chargés que pour les professeurs et assistants qui ont également leur travail et qui n'étaient pas toujours disponibles au moment exact où nous l'aurions voulu causant des pertes de temps. Ensuite, il y eut un problème d'ordinateurs, en effet, tous les groupes n'ont pas pu faire leurs panneaux sur ordinateur; la faculté aurait dû mettre les ordinateurs nécessaires à hauteur de ces ambitions et ne pas rejeter la faute sur les professeurs organisateurs. Pour finir, il y eut quelques problèmes d'organisation sur place le jour même: voir le chapitre sur le palan.

A part ces quelques détails, cette expérience fut enrichissante car elle nous a obligés à tenter l'explication vers un public moins averti, non scientifique; elle nous a pressés à faire le vrai travail du scientifique: comprendre puis expliquer aux autres.

Nous faisons encore nos remerciements pour l'aide au niveau théorique, expérimental, logistique à messieurs Colot, Nardone, Art (et l'équipe de l'Expérimentarium).