

Mathieu Heistercamp
Laurence Mehaudens

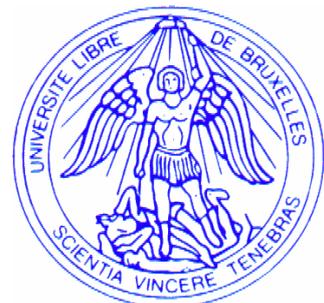
Renaud Maes
Séverine Robert

PRINTEMPS DES SCIENCES 2002
L'Energie Sous Toutes Ses Formes

Les Micro-ondes



Travail réalisé sous la direction de
Jean-Louis Colot



*Tous nos remerciements à
Josette Dauchot, Pierre Gaspard, Claudine Buess,
Pasquale Nardone, Pascal Pirotte et Christiane Schomblond
pour leur aide et leurs conseils
ainsi qu'à Jean-Louis Colot pour sa supervision attentive,
dans la joie comme dans la douleur !*

Introduction

Chaque fois que nous dégelons ou que nous réchauffons des aliments, nous n'imaginons pas la complexité du dispositif mis en œuvre et des phénomènes physiques engendrés par une simple pression sur le bouton « on » d'un four à micro-ondes. Notre but dans ce travail est de décrire ce qui se passe dans ce four, et de donner une vision la plus précise et la plus claire possible de ce que sont les micro-ondes.

Nous procéderons par étapes. Tout d'abord, nous retracerons dans les grandes lignes la découverte de ces ondes, de leurs moyens de production et de leurs utilisations. Ensuite, nous replacerons les micro-ondes dans le spectre électromagnétique, pour aborder les interactions entre ces ondes et la matière. Par après, nous nous focaliserons sur le fameux four, décrivant les dispositifs qui permettent de produire et d'acheminer les ondes jusqu'aux aliments... Enfin, nous conclurons avec quelques expériences réalisées dans le cadre du *Printemps des Sciences*, qui s'accompagnent d'ailleurs des affiches placées en annexe.

Les notions impliquées par notre sujet ne manquent certes pas d'intérêt, mais leur complexité paraît à sa mesure ! Ainsi, nous renvoyons vers les ouvrages cités dans la bibliographie pour tout renseignement supplémentaire ou toute notion technique, notamment en ce qui concerne la conductivité, phénomène approximé – par souci de clarté – dans les présentes notes.

Quoi qu'il en soit, nous espérons que le lecteur trouvera autant de plaisir et d'intérêt en lisant ces quelques pages que nous en avons éprouvé dans leur réalisation...

I. Historique

I.1. Les ondes radios

Les ondes radio ont été découvertes en théorie avant de l'être de façon expérimentale. En 1865, le physicien écossais J. C. Maxwell, a affirmé dans sa théorie électromagnétique de la lumière qu'il existait une certaine forme de radiations invisibles. Cette théorie fut confirmée environ 25 années plus tard. Les ondes électromagnétiques sont composées de rayons gammas, de rayons X, de la lumière visible et des ondes radioélectriques (*cf.* II.1).

La première expérimentation de ce que nous appelons de nos jours les ondes radiophoniques fut réalisée en 1879 par l'ingénieur américain D. E. Hughes. Il construisit un émetteur-récepteur radio rudimentaire avec lequel il émit des signaux sans fil d'un bout à l'autre d'une grande rue de Londres. Hughes ne réalisa cependant pas l'ampleur de sa découverte et il ne publia ses travaux que 20 ans plus tard.

Les premières transmissions de radio se firent vers 1887, par l'Allemand H. Hertz qui édifia un oscillateur capable de produire des ondes radio, ainsi qu'un récepteur pouvant détecter leur présence à une certaine distance. Pour ses découvertes, Hertz est reconnu comme l'inventeur des ondes radioélectriques ou ondes hertziennes.

L'anglais O. Lodge mit quant à lui au point un récepteur plus précis que l'émetteur à bobine de Hertz. Cet appareil comportait un « cohéreur » (ou radioconducteur : inventé par le Français É. Branly). En 1894, Lodge parvint à actionner un circuit électrique à une distance de 137 m au moyen de sa radio.

I.2. Le radar

Tout commence en 1886 quand H. Hertz réalise les premières expériences sur les ondes radios, se basant sur les équations de Maxwell établies 20 ans plus tôt. En 1904, C. Hülsmeier dépose un brevet sur un « *détecteur d'obstacles à ondes radios continues* » pour éviter les collisions en navigation. Les recherches s'engagent dans deux voies distinctes :

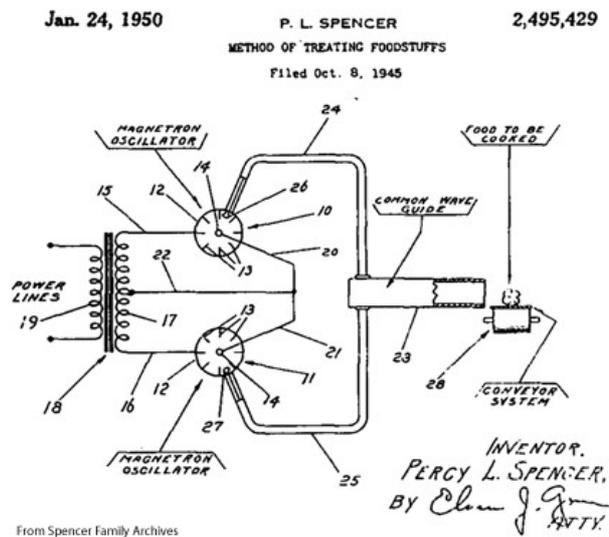
- l'étude des ondes, leur propagation, et l'analyse des échos qu'elles produisent lorsqu'elles rencontrent un obstacle ;
- l'étude et la réalisation des dispositifs, tubes oscillateurs, générant des ondes (*cf.* II.3).

En 1921, A. Hull fait osciller, à fréquence moyenne, une simple diode placée dans un champ magnétique axial, dispositif qu'il appelle « *magnétron* ».

Le premier système radar pratique est monté par Watson et Watt en 1935, à la demande de l'armée britannique. Quelques années plus tard la côte anglaise est au sud comme à l'est

couverte d'une chaîne de radars, détectant les éventuels agresseurs venant du ciel ou de la mer. En 1939, H. Boot et J. Randall inventent un tube à électrons appelé « *magnétron à cavités résonantes* ». Ce tube est capable de générer de puissantes impulsions radio à haute fréquence, ce qui permet le développement du radar à micro-ondes qui fonctionne dans des bandes très courtes de longueur d'ondes. Le radar à micro-ondes aussi appelé LIDAR (*light detection and ranging*) est utilisé de nos jours en communications et pour mesurer la pollution atmosphérique.

I.3. Le four à micro-ondes



Brevet du Micro-onde de Percy Spencer

En 1946, le Dr Percy Spencer testant un nouveau magnétron, dans le cadre de recherches sur les radars, remarqua que la barre chocolatée, qui se trouvait dans sa poche, avait fondu. Intrigué, il disposa des grains de maïs à proximité du tube et observa le pop corn sauter à travers tout son laboratoire. Le lendemain, Spencer et un collaborateur placèrent un œuf près du magnétron. Ils le virent trembler puis, à cause de la forte pression interne due à la rapide hausse de température dans l'œuf, exploser. Immédiatement Spencer en déduisit que ces réactions étaient provoquées par une exposition à de l'énergie provenant des micro-ondes.

Il façonna une boîte métallique dotée d'une ouverture par laquelle pouvaient pénétrer des micro-ondes. Une fois l'énergie dans la boîte, elle ne pouvait plus en sortir ; ainsi se créait un champ électromagnétique à haute densité. Lorsque de la nourriture était placée dans la boîte et l'énergie envoyée, la température des aliments s'élevait très rapidement. Spencer avait inventé, ce qui allait révolutionner la cuisine et être à la base d'une industrie de plusieurs millions de dollars, le four à micro-ondes.

Des ingénieurs rejoignirent Spencer sur son projet, le développant dans l'optique d'un usage plus pratique. Vers la fin de l'année, la Raytheon Company déposa un brevet proposant l'utilisation des micro-ondes pour cuire des aliments. Pour le tester, un four chauffant les aliments grâce à l'énergie générée par des micro-ondes fut placé dans un restaurant de Boston. L'année suivante, le premier four à micro-ondes fut mis sur le marché. Ces modèles primitifs étaient gigantesques et très chers : mesurant près d'un mètre de haut, pesant aux alentours de 30 kilos et coûtant à peu près 5 000 euros pièce. Qui plus est, le tube magnétron devait être refroidi à l'eau, nécessitant des travaux de plomberie.

Les premiers modèles de ce nouvel appareil ne furent pas accueillis avec grand enthousiasme et ainsi les ventes furent décevantes... mais pas pour longtemps. Des améliorations furent vite mises en place : le four devint plus léger, moins cher et un nouveau magnétron refroidi à l'air fut installé, plus besoin de plombier. D'un point de vue industriel, le micro-ondes fit sa place : avoir un micro-ondes dans un restaurant, par exemple, permettait de garder les produits au réfrigérateur plus longtemps et de vite les cuire une fois qu'ils étaient commandés. Résultat : de la nourriture plus fraîche, moins de gaspillage et de l'argent gagné !

L'industrie alimentaire reconnaissant petit à petit le potentiel et la polyvalence du four à micro-ondes, le mit à l'épreuve, des tests en tout genre furent effectués : torrifier des grains de café, griller des cacahuètes, décongeler de la viande, même écosser des huîtres. D'autres industries trouvèrent diverses applications plutôt avantageuses du chauffage par micro-ondes : il fut utilisé pour sécher liège, céramique, papier, cuir, tabac, textiles, crayons, fleurs, la tête des allumettes. Le micro-ondes était devenu une nécessité sur le marché, et ses possibilités semblaient infinies.

En 1947, Raytheon présenta le premier four à micro-ondes mondial, sous le nom de *Radarange*. Entre 1947 et 1965, le prix passa de 2500 à 500 euros. A cette époque, le micro-ondes avait une source de tension de 100 Volt, il était plus petit, plus sûr et plus fiable que les modèles précédents.

Les avancées technologiques et les améliorations suivantes menèrent à un four à micro-ondes plus raffiné et de prix plus abordable pour le particulier. Dans les années 70, de plus en plus de personnes considérèrent les avantages de ce four supérieurs aux risques possibles de ce mystérieux *Radarange*, et comme personne ne mourut suite « aux expositions à des radiations », ne devint aveugle, stérile ou impuissant en l'utilisant, les mythes s'évanouirent et le doute laissa sa place à la demande.

En 1975, les ventes de micro-ondes dépassèrent, pour la première fois, celles des fours à gaz. L'année suivante, on rapporte que 17% des ménages japonais cuisinaient aux micro-ondes contre 4% aux Etats-Unis. D'abord considéré comme un luxe, le four à micro-ondes s'installa

dans les habitudes culinaires. Pratique de par sa rapidité, il devint un appareil ménager plus commun que le lave-vaisselle. Un marché extensif se créa autour de cette invention, proposant, à chaque consommateur, taille, couleur, forme et prix à sa convenance. Des options, telle que l'addition de chaleur de convection, de sonde, satisfirent aux besoins de chaque application (cuisson, séchage,...). Aujourd'hui, la magie des micro-ondes a parcouru le monde, devenant un phénomène international.

I.4. Le klystron

En 1937, juste avant la seconde guerre mondiale, un instrument appelé klystron était développé par les frères Varian en Californie. En 1939, une forme maniable de klystron, appelé un « *reflex klystron* » était mise au point en Angleterre par Robert Sutton.

Pendant la seconde guerre mondiale, les klystrons dont on se servait étaient principalement du type « *reflex* » et étaient utilisés en tant qu'oscillateurs basse puissance (milliwatt) comme récepteurs de micro-ondes et radar.

Dans les années 50, il y eut une demande considérable en micro-ondes puissantes (puissance moyenne de l'ordre du kilowatt), ondes qui devaient être plus contrôlables que celle produites par un magnétron. La demande venait de milieux tels que les communications, la médecine, les sciences (accélérateur de particules, radar). Les frères Varian, avec brevets et qualifications, firent du bon travail : des klystrons de puissance moyenne de l'ordre de 50 kW et de puissance maximale allant jusqu'à 50 MW furent rapidement disponibles. Pour acquérir cette densité de faisceaux d'électrons, des aimants puissants furent placés autour du tube.

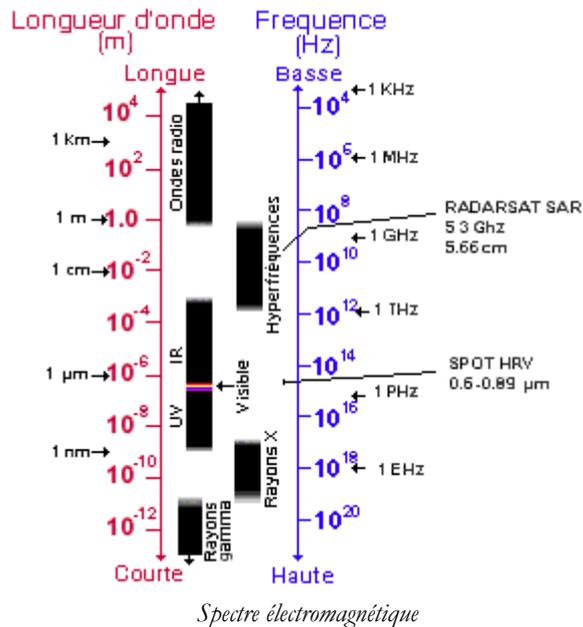
Typiquement, il faut utiliser de très hauts voltages pour obtenir une grande puissance. De telles puissances sont inatteignables avec le magnétron. Le klystron peut fournir une puissance très élevée et aussi, à cette puissance, amplifier des signaux de faible précision.

A l'époque, les klystrons étaient très grands (plus de 2 mètres de long), assez lourds (500 kg), à cause des solénoïdes magnétiques qui les composaient, très chers (50 000 euros), et très ennuyeux à conserver en fonctionnement (exigeant des pompes à vide) mais ils pouvaient être beaucoup plus précis et plus puissants que les magnétrons. Ces klystrons développaient un gain en puissance d'environ 10 000 (un transistor hi-fi typique a un gain d'ordre 20).

L'émetteur du radar Nike HIPAR utilisait un klystron puissant, mesurant 1 mètre de haut, 45 centimètres de diamètre et pouvant libérer une puissance maximale de 10 MW, la valeur moyenne étant d'environ 26 kW. Pour arriver à une telle puissance, 210 000 Volts furent nécessaires. Le système de refroidissement comprenait 230 litres d'un mélange de glycol éthylène et d'eau. Qui plus est, ce genre de tubes ne fonctionnait pas sans surveillance pendant des années durant, car une très bonne pompe à vide devait lui être relié lorsqu'il était en fonctionnement !

II. Les Micro-ondes

II.1. Les micro-ondes dans le spectre électromagnétique



Une onde électromagnétique est composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique sinusoïdaux. Les micro-ondes se situent dans les fréquences allant de 300 MHz à 300 GHz ce qui correspond à des longueurs d'onde d'1 m à 1 mm. Dans le spectre elles se situent dans les hyperfréquences, entre les ondes radios (10^8 Hz) et l'infrarouge (10^{12} Hz). Les principaux modes de production sont le magnétron et le klystron dont nous parlerons plus loin.

Elles ont de nombreuses applications, par exemple le téléphone portable, le radar, le four à micro-ondes et le satellite (*cfr* I.3 et I.4I.2).

II.2. Interactions avec la matière

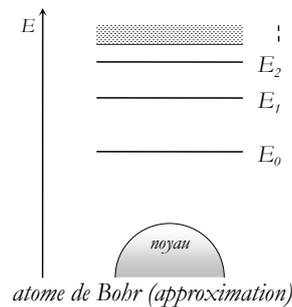
II.2.1. Conducteurs et micro-ondes

Nous progresserons dans les paragraphes *infra* de la manière suivante : tout d'abord nous définirons la notion de conducteur, afin de montrer ensuite ce qu'elle implique concernant les micro-ondes. Une approche plus exacte de la conduction ferait appel à la mécanique quantique, mais par souci de simplicité, nous nous bornerons à l'évocation de cette discipline.

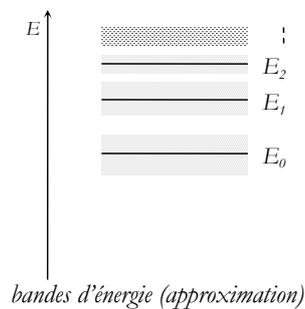
II.2.1.1. Conduction selon le modèle de Bohr

Considérons le cas *inexact* d'un atome de Bohr. Il convient ici de faire remarquer, comme précédemment, que *seule* la physique quantique permet une approche exacte du phénomène. Dans

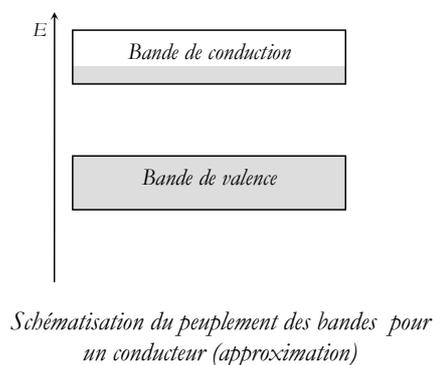
le modèle choisi, les électrons gravitent autour du noyau sur des orbites bien définies, qui correspondent à des niveaux d'énergie particuliers.



Dans une structure cristalline on observe une dégénérescence des niveaux en bandes d'énergie.



Il existe des bandes « autorisées » et d'autres « interdites », et le nombre d'électrons sur chaque bande d'énergie « autorisée » est limité. La bande la plus énergétique entièrement occupée s'appellera la bande de valence, et celle qui lui est directement supérieure, la bande de conduction. Dans un conducteur, la bande de conduction possède des électrons, qui deviendront mobiles pour un apport d'énergie minime. En effet, les atomes du cristal tenteront toujours d'atteindre la stabilité, c'est-à-dire un « peuplement » maximal de leur dernière bande énergétique.

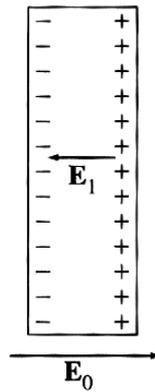


II.2.1.2. Conducteur parfait

Dans un conducteur métallique, les électrons des atomes sont libres de se déplacer à travers le matériau. Dans les conducteurs liquides, telle l'eau salée, ce sont les ions qui se meuvent. Un conducteur parfait serait un matériau contenant un stock illimité de charges

complètement libres. En réalité, il n'existe pas de conducteurs parfaits, mais beaucoup de substances en sont proches. A partir de cette définition, nous pouvons caractériser les *propriétés électrostatiques* d'un conducteur idéal :

(i) $\vec{E} = 0$ à l'intérieur d'un conducteur. Lorsque l'on place un conducteur sous l'effet d'un champ électrique extérieur \vec{E}_0 , on observe un déplacement de charges qui crée un contre-champ \vec{E}_1 , jusqu'à ce qu'à $\vec{E}_1 = -\vec{E}_0$. Ce processus quasi instantané a pour conséquence l'annulation du champ résultant $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$ à l'intérieur du conducteur.



Conducteur placé dans un champ électrique

(ii) $\rho = 0$ à l'intérieur du conducteur.

(iii) Toute charge nette réside à la surface.

(iv) Le potentiel est constant dans le conducteur, et sa surface est une équipotentielle.

(v) Le champ \vec{E} est perpendiculaire à la surface. Si le champ possédait une composante tangentielle, il y aurait déplacement de charges à la surface du conducteur, et le caractère équipotentiel ne serait plus respecté.

II.2.1.3. Ondes électromagnétiques dans un conducteur

Dans le cas des conducteurs, on ne contrôle pas la circulation des charges libres ; en règle générale, leur courant est non nul. En fait, en vertu de la loi d'Ohm, la densité de courant des charges libres est proportionnelle au champ électrique : avec σ comme paramètre de conductivité,

$$\vec{j}_f(\vec{x}, t) = \sigma \vec{E}(\vec{x}, t)$$

Les équations de Maxwell dans un milieu linéaire conducteur ont la forme

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon} \rho_f \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\partial_t \vec{B} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \varepsilon \mu \partial_t \vec{E} + \mu \sigma \vec{E}\end{aligned}$$

L'équation de continuité pour les charges libres fournit

$$\partial_t \rho_f = -(\vec{\nabla} \cdot \sigma \vec{E}) = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \rho_f$$

On en tire que

$$\rho_f(\vec{x}, t) = \rho_f(\vec{x}, 0) e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon} t}$$

Toute densité de charge libre $\rho_f(\vec{x}, 0)$ se dissipe en un temps caractéristique $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$, d'autant plus court que le conducteur est « meilleur ». Pour un conducteur parfait, $\sigma \rightarrow \infty$ donc $\tau \rightarrow 0$. Après une période transitoire de quelques τ , la densité $\rho_f \rightarrow 0$; cette période transitoire ne nous intéresse pas ici, nous considérerons donc d'emblée que $\rho_f = 0$. En prenant le rotationnel des deux membres de la loi de Faraday et de la loi d'Ampère-Maxwell, on obtient des équations séparées pour \vec{E} et \vec{B} qui sont

$$\begin{aligned}\square \vec{E} + \mu \sigma \partial_t \vec{E} &= 0 \\ \square \vec{B} + \mu \sigma \partial_t \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

Ces équations admettent des solutions ondes planes monochromatiques. Considérons, par exemple, une onde plane de pulsation ω qui se propage dans la direction $\vec{1}_x$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(\tilde{k}z - \omega t)} \quad \vec{B}(z, t) = \vec{B}_0 e^{i(\tilde{k}z - \omega t)}$$

Elle satisfait les équations ci-dessus à la condition que \tilde{k} soit un nombre complexe qui vérifie

$$\tilde{k}^2 = \mu \varepsilon \omega^2 + i \mu \sigma \omega$$

Avec

$$\tilde{k} = \text{Re } \tilde{k} + i \text{Im } \tilde{k} = k + i \kappa$$

On trouve

$$k = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \right)^2} + 1 \right]^{1/2}} \quad \kappa = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon \omega} \right)^2} - 1 \right]^{1/2}}$$

La partie imaginaire de \tilde{k} est responsable d'une atténuation de l'onde, c'est-à-dire, d'une décroissance exponentielle de l'amplitude quand z augmente

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)} \quad \vec{B}(z, t) = \vec{B}_0 e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t)}$$

Lorsque $\frac{\sigma}{\epsilon\omega}$ n'est pas négligeable par rapport à 1, $\kappa \neq 0$ et le milieu est dit *absorbant*. La distance

$$d = \frac{1}{\kappa}$$

sur laquelle l'amplitude est réduite d'un facteur e est la profondeur de peau. La partie réelle de \tilde{k} définit la longueur d'onde, la vitesse de propagation et l'indice de réfraction par les formules habituelles

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad c' = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad n = \frac{ck}{\omega}$$

Comme précédemment, les équations de Maxwell imposent des relations entre \vec{E} et \vec{B} : par exemple, si on oriente les axes des coordonnées de sorte que \vec{E} soit polarisé dans la direction $\vec{1}_x$, avec $E_0 = |E_0| e^{i\delta_E}$,

$$\vec{E}(z, t) = |E_0| e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t + \delta_E)} \vec{1}_x$$

La loi de Faraday donne

$$\vec{B}(z, t) = \frac{\tilde{k}}{\omega} |E_0| e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t + \delta_E)} \vec{1}_y$$

qui, avec

$$\tilde{k} = K e^{i\delta} \quad K = |\tilde{k}| = \omega \sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2}$$

donne finalement

$$\vec{B}(z, t) = \frac{K}{\omega} |E_0| e^{-\kappa z} e^{i(kz - \omega t + \delta_E + \delta)} \vec{1}_y$$

Les champs électrique et magnétique sont transverses, ils sont orthogonaux l'un à l'autre, mais ils sont déphasés de δ (qui est la phase de \tilde{k}).

II.2.1.4. Réflexion à la surface

Les conditions aux limites à la surface de séparation entre le milieu 1 (diélectrique) et le milieu 2 (conducteur) sont

$$\begin{aligned}
\vec{n} \cdot (\varepsilon_2 \vec{E}_2 - \varepsilon_1 \vec{E}_1) &= \sigma_f \\
\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \\
\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \\
\vec{n} \times (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= \mu \vec{k}_f
\end{aligned}$$

Où \vec{n} est le vecteur unité normal à la surface, pointant du milieu 1 vers le milieu 2.

Notons d'abord que pour des conducteurs « ohmiques » il ne peut y avoir de courant libre en surface : en effet, $\vec{k}_f \neq 0$ vient d'un \vec{j}_f singulier à la surface ce qui nécessite un champ électrique infini à la surface. On posera donc $\vec{k}_f = 0$ dans les conditions limites ci-dessus.

Soit $z = 0$ le plan séparant deux milieux. Considérons, pour des raisons de simplicité, une onde plane monochromatique incidente, voyageant dans la direction $\vec{1}_x$ (incidence normale) et polarisée dans la direction $\vec{1}_y$; elle est décrite par

$$\vec{E}_i(z, t) = E_{0i} e^{i(k_1 z - \omega t)} \vec{1}_x \quad \vec{B}_i(z, t) = \frac{n_1}{c} E_{0i} e^{i(k_1 z - \omega t)} \vec{1}_y$$

Elle donne naissance à une onde réfléchie

$$\vec{E}_r(z, t) = E_{0r} e^{i(-k_1 z - \omega t)} \vec{1}_x \quad \vec{B}_r(z, t) = -\frac{n_1}{c} E_{0r} e^{i(-k_1 z - \omega t)} \vec{1}_y$$

et à une onde transmise

$$\vec{E}_t(z, t) = E_{0t} e^{i(k_2 z - \omega t)} \vec{1}_x \quad \vec{B}_t(z, t) = -\frac{\tilde{k}_2}{\omega} E_{0t} e^{i(k_2 z - \omega t)} \vec{1}_y$$

qui est atténuée en pénétrant dans le conducteur. Puisque la composante normale (suivant $\vec{1}_x$) du champ électrique est nulle dans les deux milieux, il faut que $\sigma_f = 0$. La continuité de la composante normale de l'induction est automatiquement satisfaite. La continuité de la composante tangentielle du champ électrique impose

$$E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$$

Et la continuité de la composante tangentielle de l'induction impose

$$\frac{n_1}{c} (E_{0i} - E_{0r}) = \frac{\tilde{k}_2}{\omega} E_{0t}$$

En termes du nombre complexe

$$\tilde{\beta} = \frac{c \tilde{k}_2}{n_1 \omega}$$

On en tire

$$E_{0r} = \left(\frac{1 - \tilde{\beta}}{1 + \tilde{\beta}} \right) E_{0i} \quad E_{0t} = \left(\frac{2}{1 + \tilde{\beta}} \right) E_{0i}$$

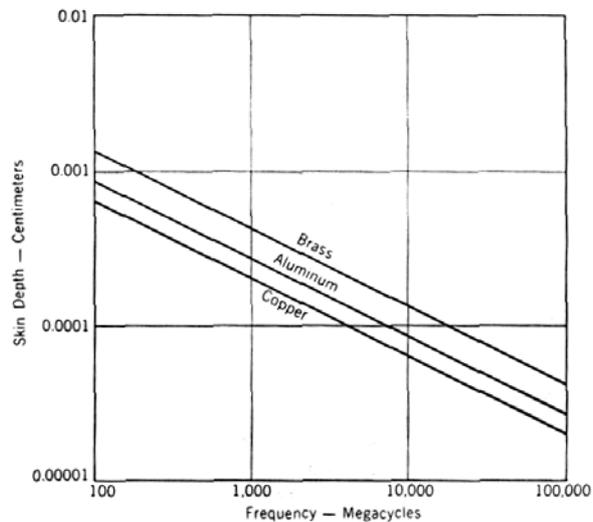
Pour un conducteur parfait, $\sigma \rightarrow \infty$, $\tilde{k}_2 \rightarrow \infty$ donc $\tilde{\beta} \rightarrow \infty$, et

$$E_{0r} = -E_{0i} \quad E_{0t} = 0$$

Dans ce cas, l'onde est totalement réfléchiée avec un déphasage de π . Les excellents conducteurs font de bons miroirs !

II.2.1.5. Effet de peau

Quand le conducteur n'est pas parfait, mais qu'il s'agit d'un métal réel, tel que le cuivre, l'argent ou l'aluminium, on observe un effet de peau. Les caractéristiques générales sont quasi identiques à celles d'un conducteur parfait : les champs électrique et magnétique à l'intérieur du conducteur sont presque mais pas tout à fait nuls. Un courant peut être aussi induit à l'intérieur du métal. Il est vrai qu'il existe une couche ou *peau* proche de la surface du conducteur dans laquelle circule l'essentiel du courant. Plus haute est la fréquence, plus fine est cette couche. En effet son épaisseur est donnée par $d = \frac{1}{\kappa}$ où $\kappa \propto \omega$ (cfr II.2.1.2).



profondeur de peau en fonction de la fréquence pour trois conducteurs

II.2.2. Diélectriques

II.2.2.1. Polarisation

Contrairement aux conducteurs dans lesquels les charges peuvent se déplacer librement, un diélectrique est un matériau isolant (papier, mica, verre, etc.) dont les charges sont très fortement liées aux atomes qui le constituent. Il n'existe pratiquement pas d'électrons libres dans les diélectriques ; ce sont donc de très mauvais conducteurs d'électricité. Leur conductivité est donc très faible, et leur résistivité est comprise entre 10^{17} et $10^{19} \Omega m$.

Certaines molécules, comme la molécule d'eau, sont dites polaires car elles présentent une polarisation moléculaire permanente due à une répartition non homogène des charges électriques.

Un diélectrique est donc un milieu matériel dans lequel un champ électrique peut exister à l'état stationnaire.

L'apparition d'un champ électrique au sein du diélectrique provoque une déformation des molécules ainsi qu'une réorientation de ses moments dipolaires permanents. Dans chacune d'elles, le barycentre des charges positives $+q$ et celui des charges négatives $-q$ (séparé l'un l'autre d'une distance d) s'écartent alors que la molécule s'oriente, car des forces de sens contraires s'exercent sur les charges positives et négatives.

Dans un champ uniforme, la force produite sur le côté positif de la molécule $\vec{F}_+ = q\vec{E}$ et compense exactement la force exercée sur le côté négatif $\vec{F}_- = -q\vec{E}$. Il existe cependant un moment de torsion

$$\begin{aligned} N &\equiv \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_- \\ &= \left(\frac{\vec{d}}{2} \times q\vec{E} \right) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \times -q\vec{E} \right) \\ &= q\vec{d} \times \vec{E} \\ &= \vec{p} \times \vec{E} \end{aligned}$$

où $\vec{p} = q\vec{d}$ est le moment dipolaire.

Si le champ n'est pas uniforme, \vec{F}_+ ne contrebalance pas exactement \vec{F}_- , de sorte que la force totale produite est alors donnée par

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_+ + \vec{F}_- \\ &= q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) \\ &= q(\Delta\vec{E}) \end{aligned}$$

Si le dipôle est suffisamment petit, $\Delta\vec{E} = (\vec{d} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$, donc $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$ et le moment de torsion devient $\vec{N} = (\vec{p} \times \vec{E}) + (\vec{r} \times \vec{F})$.

On voit ainsi que si une molécule polaire va entrer en rotation de sorte à s'aligner parallèlement au champs électrique afin d'annuler ce moment de torsion (un produit vectoriel de 2 vecteurs parallèles étant nul).

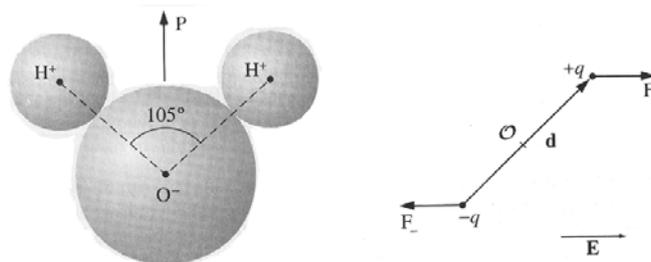
C'est cet alignement des molécules suivant la direction du champ qu'on appelle la *polarisation du diélectrique*. Il en résulte donc une nouvelle répartition des charges qui entraîne une modification de la valeur du champ électrique à l'intérieur du diélectrique.

Lorsqu'un matériau diélectrique est plongé dans un champ électrique \vec{E} , la polarisation induite, dans le domaine linéaire, vaut $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$ où χ est la susceptibilité électrique du matériau, et ϵ_0 la permittivité du vide.

De plus, après la suppression du champ électrique, la polarisation ne disparaît pas totalement à cause du phénomène d'hystérésis diélectrique ; une partie de l'énergie créée par le champ électrique est ainsi perdue dans le diélectrique. L'emploi d'un champ alternatif qui entraîne un changement d'orientation des molécules à la fréquence du champ provoque donc un transfert d'énergie du champ électrique au diélectrique. Cette énergie, qui peut devenir importante, apparaît, au sein du diélectrique, sous forme de chaleur. C'est cette propriété des diélectriques, et donc de l'eau, qui est utilisée dans le chauffage par micro-ondes; ce procédé présente l'avantage d'affecter uniformément toute la masse de l'isolant (*cf.* II.2.2.3).

II.2.2.2. L'eau

L'eau connaît une notoriété sans égale parmi les diélectriques. Dans cette molécule, un atome d'oxygène est lié à deux atomes d'hydrogène par des liaisons de covalence mettant en jeu un doublet d'électrons. La molécule est électriquement neutre mais est polarisée. En effet, la densité d'électrons est plus grande près du noyau d'oxygène que près des noyaux d'hydrogène. Cette polarité se mesure expérimentalement par de nombreuses caractéristiques électriques, comme le moment dipolaire ($6.31 \cdot 10^{-30}$ C.m), la constante diélectrique ou le moment quadripolaire. Aussi, la molécule d'eau entre en interaction avec toute particule chargée et tout champ électrique.



Molécule d'eau et dipôle placé dans un champ électrique

L'eau pure tout comme la glace pure, conduit mal l'électricité. La résistivité de l'eau pure est en effet de $2,5 \cdot 10^5 \Omega m$ alors que celle de l'argent, par exemple, vaut $1,59 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Les impuretés comme les minéraux contenus dans « l'eau ordinaire » sont responsables de sa bonne conductivité.

L'interaction des molécules d'eau avec les ondes électromagnétique est décrite par les équations du paragraphe précédant. Les moments dipolaires tendent donc à s'orienter suivant la composante électrique de ces ondes et les forces induites dans ces molécules provoquent des

torsions internes amenant la molécule à un état de vibration qui s'ajoute aux mouvements de rotations. L'énergie qui en résulte, et donc la chaleur produite est l'élément clé de la cuisson des aliments par micro-ondes.

II.2.2.3. Relaxation diélectrique et propriétés diélectriques

La relaxation peut se résumer par un phénomène général qui consiste en l'existence d'un délai de réponse pour un système soumis à une excitation extérieure. Il y a relaxation diélectrique lorsqu'on supprime brusquement le champ électrique qui polarisait un matériau. Un temps, dit temps de relaxation, est nécessaire pour que le matériau retourne dans son état de désordre moléculaire de départ. Il est défini comme le temps nécessaire pour que la polarisation décroisse à $\frac{1}{e}$ de sa valeur initiale.

$$\tau = \frac{4\pi\eta r^3}{kT}$$

où η est la viscosité, k la constante de Boltzmann et r le rayon de la molécule.

Comme on l'a dit précédemment, une molécule dipolaire placée dans un champ alternatif peut effectuer un mouvement rotatoire. En réalité, ce phénomène s'accompagne du phénomène de relaxation. Il s'agit d'un déphasage entre les variations du champ et la rotation du dipôle.

Le champ appliqué a pour équation

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

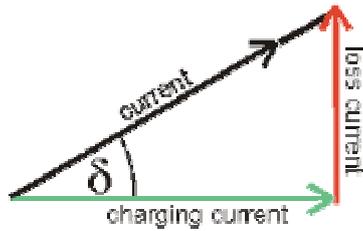
où E_0 est l'amplitude du potentiel et ω la fréquence angulaire (exprimée en radians/seconde). La polarisation qui résulte de ce champ, déphasée de δ par rapport à celui-ci, vaut

$$P = P_0 e^{-i(\omega t - \delta)}$$

Ce déphasage est appelé *angle de polarité*. On a les relations suivantes :

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon' - 1} \text{ et } \epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$$

où ϵ' est la *permittivité relative* qui représente la capacité d'un matériau à être polarisé par un champ électrique externe et ϵ'' est le terme d'absorption du matériau qui correspond aux *pertes diélectriques dans le matériau*, c'est-à-dire à sa capacité à dégrader l'énergie électromagnétique en chaleur. Cette équation peut être visualisée en considérant le courant total comme la somme vectorielle du courant des charges et des pertes.



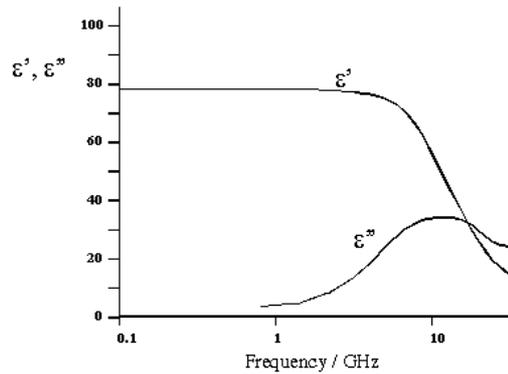
Somme vectorielle du courant des charges et des pertes

ϵ' et ϵ'' varient en fonction de la fréquence du champ.

Les permittivités relatives à basse fréquence ϵ_s et à haute fréquence ϵ_∞ sont les valeurs limites de ϵ' , et la variation de ϵ' et ϵ'' en fonction de la pulsation devient

$$\epsilon' = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} + \epsilon_\infty \quad \epsilon'' = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty (\omega \tau)}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

Sur le graphe qui suit, réalisé à 20°C, on constate qu'aux alentours de 2.45 GHz, l'eau a une grande capacité à être polarisée et les pertes diélectriques sont non nulles. Tout ceci indique qu'il y a une très bonne possibilité d'absorption.



Capacité de polarisation et d'absorption de l'eau en fonction de la fréquence à 20°C

Il faut préciser qu'une capacité d'absorption trop élevée mènerait cependant à une mauvaise cuisson du volume interne des aliments. Ceci est lié au phénomène de pénétration : une trop grande absorption empêcherait la pénétration de l'onde au cœur de l'aliment (cfr II.2.2.4).

II.2.2.4. Profondeur de pénétration

Lorsqu'une onde électromagnétique rencontre un milieu diélectrique, une partie de cette onde est réfléchiée et l'autre partie, généralement plus importante y pénètre. L'énergie de cette onde est transformée en énergie calorifique et diminue donc au fur et à mesure que l'onde pénètre dans le matériau.

Le facteur d'atténuation est donné par :

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon'(\sqrt{1 + \tan^2 \delta}) - 1}{2}}$$

On appelle profondeur de pénétration de l'onde la distance à la surface d'incidence à laquelle la densité de puissance est réduite de $\frac{1}{e}$. Cette distance de pénétration est donnée par l'expression suivante

$$d = \frac{1}{2\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\varepsilon' \tan \delta}}$$

A 2.45 GHz, cette relation devient :

$$d = 1,974 \frac{\sqrt{\varepsilon'}}{\varepsilon} \text{ cm}$$

II.2.2.5. Approche quantique

Nous nous bornerons dans ce paragraphe à évoquer de manière simplissime le phénomène tel qu'il a lieu, en renvoyant aux livres de référence pour une plus ample approche.

Les molécules appartiennent aux objets quantiques, et, à ce titre, il convient de se préoccuper de l'aspect « quantique » des interactions avec les micro-ondes. Nous utiliserons pour ce faire le spectre d'énergie de la molécule d'eau. Tout comme dans l'approximation de Bohr, nous distinguons des « bandes d'énergie ». Celles-ci correspondent à des phénomènes bien particuliers : vibration ou rotation de la molécule. Lorsque l'on expose les molécules d'eau aux micro-ondes, l'énergie apportée par ces dernières se situe entre deux niveaux, correspondant qui à la vibration, qui à la rotation de la molécule - en effet, comme tout rayonnement électromagnétique, les micro-ondes transportent de l'énergie (*cf* III.2.2.5). L'énergie des ondes va dès lors se répartir entre les niveaux, causant une vibration et une rotation partielle de la molécule, et permettant la transmission du « surplus » aux autres molécules.

II.2.3. Au sujet des plastiques

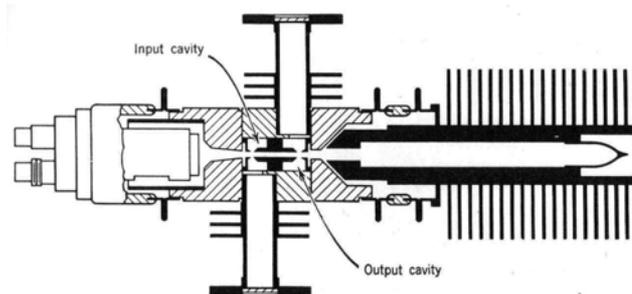
La plupart des plastiques restent insensibles aux micro-ondes et ne les absorbent donc pas. Il existe très peu de plastiques conducteurs ; dans ce cas, ceux-ci sont susceptibles de fondre ou de brûler si les micro-ondes produisent des courants à travers eux. Certains plastiques sont également susceptibles de subir ces mêmes dommages par contact thermique avec des aliments trop chauds. En effet, beaucoup de matières plastiques fondent en dessous de la température d'ébullition de l'eau.

II.3. Produire des micro-ondes

Il existe de nombreux moyens de production des micro-ondes, mais deux d'entre eux sont particulièrement utilisés : *le klystron* et *le magnétron*. Nous aborderons ici le klystron, laissant le magnétron pour la partie du travail consacrée au four à micro-ondes (*cf* III.1.)

Le klystron est en réalité un énorme tube à vide linéaire entouré de cavités résonantes. Les électrons sont produits par un filament chauffé, et sont accélérés dans une section contenant deux grilles. Ces deux grilles sont liées à une source de tension alternative, qui rend possible une alternance de la charge : lorsqu'une grille est positive, l'autre devient négative. L'électron sera dès lors soit accéléré par une grille positive, soit décéléré si la grille est négative. On obtient donc un nuage électronique plus « dense » localement. En Allemand, on parle de mouvement « *klystern* ».

Après avoir été modulé, le flot d'électrons passe dans la section centrale, qui contient des cavités résonantes (*cf* III.1.2.3), puis est collecté sur une électrode séparée. Une *cavité résonante* (*resonant cavity*) est un dispositif à l'intérieur duquel de l'énergie électromagnétique peut être stockée sous forme d'ondes stationnaires. On crée un champ radiofréquence dans la première cavité, ce qui va influencer le flux d'électrons. Chaque cavité peut en effet se voir comme le système à deux grilles dont nous avons parlé. Dès lors, le champ va moduler le flux électronique par son alternance, et un champ amplifié sera créé dans la cavité suivante, calibrée afin d'obtenir cet effet. La modulation du courant électronique se traduit par le découpage du faisceau en paquets d'électrons qui, en traversant une seconde cavité, y induisent un courant ; ce courant reproduit les variations du signal d'entrée, mais son intensité est déterminée par celle du courant d'électrons. On récupère le champ amplifié dans la dernière cavité, dont la puissance RF résultant du processus est nettement supérieure à celle du champ d'entrée. Il est courant que soient disposés entre les cavités de puissants aimants ou électro-aimants dans le but d'augmenter encore l'accélération des électrons, en leur appliquant un champ magnétique intense.



Klystron à deux cavités utilisé dans les années 50

On a donc obtenu des micro-ondes par un processus de modulation d'un flot électronique linéaire. Ce processus peut être utilisé, en dehors du cadre de la production des micro-ondes, pour accélérer des électrons de manière impressionnante, ce qui sert entre autre dans certains accélérateurs de particules.

Notons enfin qu'il existe un grand nombre de klystrons, dont le plus célèbre demeure le klystron reflex, qui utilise un « miroir », à savoir une électrode négative pour refaire passer les électrons dans le tube... Un autre dispositif très intéressant car utilisé dans les accélérateurs de

particules est le klystron PPM, dont le faisceau électronique est modulé par un grand nombre de cavités, séparées par des aimants permanents très puissants, en lieu et place de solénoïdes, utilisés autrefois dans ce type de dispositif dont le but est d'augmenter de manière effrayante la puissance du champ. Pour donner un ordre de grandeur, on obtient à peu près 75 000 fois la puissance d'un four micro-onde ordinaire dans le klystron PPM de Stanford, soit 56 250 kW !!!

III. Le four à micro-ondes

III.1. Le Magnétron

Le magnétron peut se voir comme le véritable « cœur » du four à micro-ondes. Il s'agit en effet du moyen de production par excellence de ces ondes. Nous allons montrer ici sa structure et son utilité, pour aborder ensuite des problèmes plus généraux sur les ondes dans le four.

III.1.1. Structure

Le magnétron se compose d'un cylindre creux, fermé par deux aimants permanents ou électro-aimants.



Magnétron

À l'intérieur du cylindre, on distingue la cathode, constituée d'un filament hélicoïdal en tungstène, de l'anode, qui comprend plusieurs *cavités résonantes*. Ces cavités peuvent présenter diverses formes.

L'espace (quelques millimètres) entre la cathode et l'anode servant d'espace d'interaction, il y règne un vide très poussé.

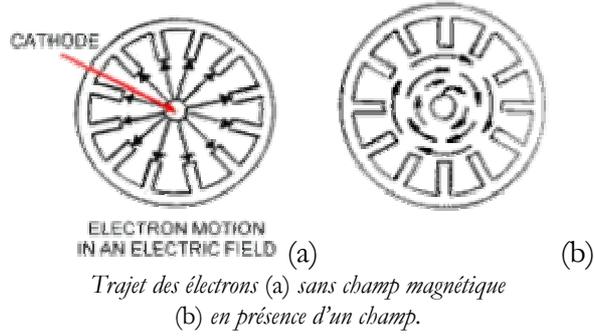
Le bloc de l'anode est muni d'un système de refroidissement par ailettes ou par circulation d'eau.

III.1.2. Fonctionnement

III.1.2.1. Nuage électronique en régime pré-oscillatoire

Le magnétron fait intervenir deux types « d'influences » : celle du champ magnétique, produit par les aimants, et celle du champ électrique, entre l'anode et la cathode. C'est pour cela que l'on appelle parfois le magnétron *tube à champs croisés*.

On applique entre l'anode et la cathode une tension très élevée (de l'ordre de quelques kilovolts), pour un espace très restreint (quelques millimètres). Les électrons qui quittent la cathode sont accélérés par le champ continu, et, en l'absence de champ magnétique, ils suivraient une trajectoire radiale pour rejoindre l'anode, mais le champ magnétique incurve ces trajectoires, et les électrons décrivent une spirale.



En effet, la force totale \vec{F} subie par un électron de charge e est donnée par

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B}$$

où \vec{E} est le champ électrique, \vec{B} le champ magnétique et \vec{v} la vitesse de l'électron.

III.1.2.2. Régime de Brillouin, condition de coupure

Si l'amplitude du champ magnétique est suffisamment élevée, les électrons ne parviendront pas jusqu'à l'anode : on dit alors que l'on a atteint la *coupure*. La trajectoire des électrons sera dans ces conditions, un cercle centré sur l'axe du cylindre (*régime de Brillouin*). Soit les valeurs E_0 (liée au potentiel électrostatique V_0) et B_0 des champs électrique et magnétique permettant l'établissement de ce régime. Nous travaillerons en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) , en faisant l'approximation d'une géométrie parfaitement cylindrique, c'est-à-dire en posant que :

$$\frac{\partial V_0}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial V_0}{\partial \theta} = 0 \quad B_{0\rho} = 0 \quad B_{0\theta} = 0$$

Nous négligerons aussi les répulsions entre électrons. Dans ces conditions, on obtient l'équation

$$\begin{aligned} m\vec{a} &= e\vec{E}_0 + e\vec{v} \times \vec{B}_0 \\ &= e\vec{\nabla}V_0 - e\vec{v} \times \vec{B}_0 \end{aligned}$$

qui devient, en coordonnées cylindriques,

$$\begin{cases} \frac{d^2\rho}{dt^2} - \rho\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{e}{m}\left(\frac{dV_0}{d\rho} - \rho\frac{d\theta}{dt}B_{0z}\right) \\ \frac{1}{\rho}\frac{d}{dt}\left(\rho^2\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{e}{m}\frac{d\rho}{dt}B_{0z} \end{cases}$$

On définit la *pulsation de Lamor* comme $\omega_L \equiv \frac{1}{2}\frac{e}{m}B_{0z}$. Notons r_K le rayon de la cathode, r_A celui de l'anode, et V_A le potentiel de l'anode. En supposant raisonnablement que les électrons ne sont pas encore en rotation lorsqu'ils sont arrachés à la cathode, on déduit :

$$\left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{\rho=r_K} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega_L \left(1 - \frac{r_K^2}{\rho^2} \right)$$

En portant ce résultat dans la première équation, on obtient trivialement

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} + \rho \omega_L^2 \left(1 - \frac{r_K^4}{\rho^4} \right) = \frac{e}{m} \frac{dV_0}{d\rho}$$

En intégrant, après avoir multiplié par $2 \frac{d\rho}{dt}$, il vient :

$$\left(\frac{d\rho}{dt} \right)^2 = \frac{2e}{m} V_0(\rho) - \omega_L^2 \rho^2 \left(1 - \frac{r_K^2}{\rho^2} \right)^2$$

Et on en déduit la condition de coupure $\left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{\rho=r_A} = 0$, qui entraîne

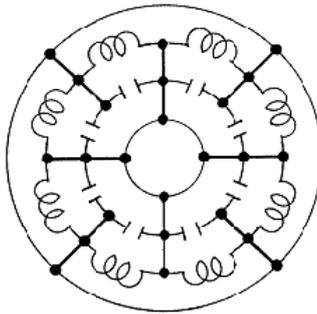
$$\frac{2e}{m} V_0(r_A) = \frac{2e}{m} V_{r_A} = \omega_L^2 r_A^2 \left(1 - \frac{r_K^2}{r_A^2} \right)^2$$

Et l'induction magnétique de coupure B_c vaut, *in fine*,

$$B_c = \frac{2 \sqrt{2m} \sqrt{V_A}}{e \frac{r_A}{1 - \frac{r_K^2}{r_A^2}}}$$

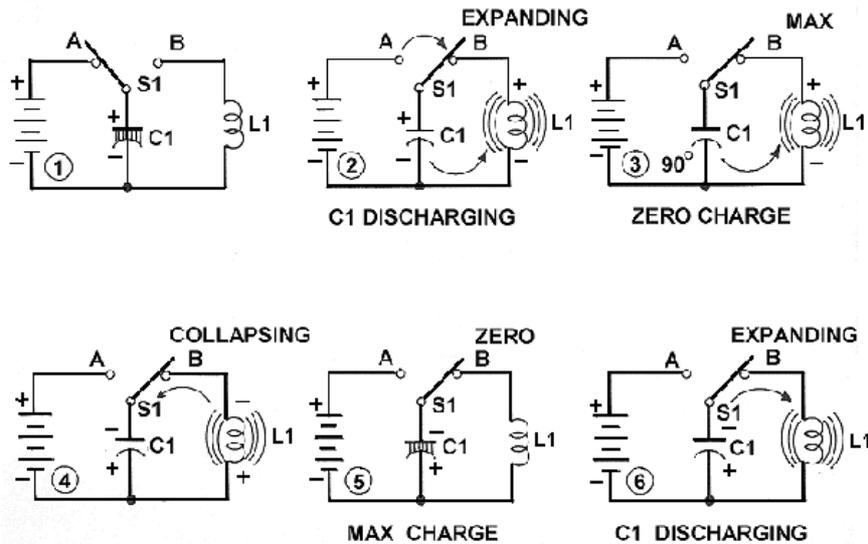
III.1.2.3. Principe de fonctionnement des cavités résonantes

Les cavités du magnétron peuvent se comprendre comme l'équivalent en radiofréquence d'un circuit résonant LC, en basse fréquence.



Circuit équivalent pour un magnétron à 8 cavités (approximation)

Le flux électronique peut alors être considéré comme un ensemble interrupteur et source de tension. On obtient un circuit modélisé sur la figure qui suit.



Circuit équivalent d'une cavité résonante.

(1) Lorsque le flux arrive sur le bord de la cavité, l'interrupteur passe en position *A*, liant condensateur et source, un courant s'établit, qui charge le condensateur.

(2-3) Le flux passe, et l'interrupteur passe en position *B*, connectant le condensateur à la self. Cette dernière, recevant l'énergie, crée un champ électromagnétique, qui correspond au champ RF (radiofréquence) produit par la cavité.

(4) Ensuite, le condensateur s'étant déchargé, le courant s'établit pour recharger le condensateur, courant qui s'accompagne d'un changement de polarité.

(5) Le condensateur se recharge.

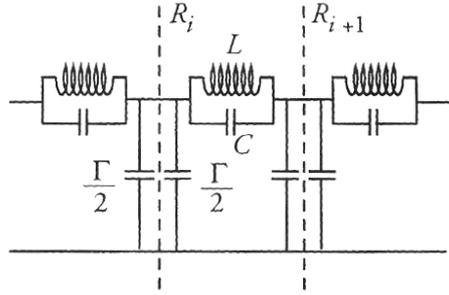
(6) Puis se crée un courant vers la self, qui s'accompagne de la création d'un champ, etc...

III.1.2.4. Etude détaillée des cavités et des modes

Le but est, dans cette section, de mettre en évidence d'une manière rigoureuse et mathématique les phénomènes explicités plus haut, de manière à mieux comprendre certaines notions que sont les instabilités de fonctionnement, le mode π , ... Il conviendra au lecteur en quête de concepts plus qualitatifs de passer ce développement.

III.1.2.4.a Propagation sur une ligne circulaire

Nous ne considérons plus ici le faisceau électronique, et nous nous intéressons à la seule propagation sur une *ligne circulaire*. Elle est constituée de l'anode et de la cathode. Dans un plan de coupe du magnétron, la cathode est parfaitement circulaire, alors que l'anode est chargée périodiquement par *N* cavités. On peut donner dès lors un schéma équivalent de la ligne en tant que structure périodique comprenant des cavités résonantes identiques et équidistantes.



Circuit équivalent pour un résonateur circulaire

L et C sont les éléments du schéma équivalent de la cavité (cf III.1.2.3) et on impose que $LC\omega_0^2 = 1$. Γ est la capacité séparant la cathode de la cavité. Le déphasage φ entre deux résonateurs, défini entre les rayons R_i et R_{i+1} , a pour expression

$$\varphi = \arccos \left[1 - \frac{\frac{1}{2} \omega^2 \Gamma}{\omega_0^2 C} \right]$$

Comme la ligne circulaire formée de N cavités est refermée sur elle-même, on peut écrire une condition de continuité de la phase :

$$N\varphi = 2\pi n \Leftrightarrow \varphi = \frac{2\pi n}{N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$

Et les fréquences de résonance de la ligne circulaire sont données par

$$\nu_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Gamma}{C} \frac{1}{2(1 - \cos(\frac{2\pi n}{N}))}}}$$

Connaissant le déphasage entre deux cavités successives, on peut préciser le type de solution mathématique qui correspond à la propagation d'un mode sur la ligne circulaire. Pour simplifier le raisonnement, on va considérer le cas d'une ligne circulaire déroulée. Soit F une grandeur physique quelconque (composante de champ, par exemple) et p le pas entre deux cavités successives, alors

$$F(x + p) = F(x)e^{-i\varphi}$$

Soit la fonction auxiliaire G telle que $G(x) = F(x)e^{i\varphi \frac{x}{p}}$. Cette fonction est périodique de période p : $G(x + p) = F(x + p)e^{i\varphi \frac{x+p}{p}} = F(x)e^{i\varphi \frac{x}{p}} = G(x)$, on peut donc la développer en série de Fourier :

$$G(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k e^{-ik2\pi \frac{x}{p}} \quad g_k = \frac{1}{p} \int_0^p G(x) e^{ik2\pi \frac{x}{p}} dx$$

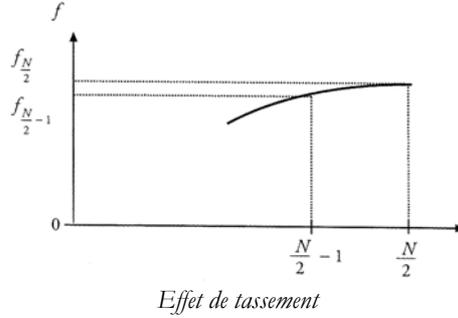
Et F devient dès lors

$$F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k e^{-i(\varphi+k2\pi)\frac{x}{p}}$$

La fonction F est donc une somme infinie de composantes *harmoniques d'espace* de constante de phase $\beta_{kn} = \frac{\varphi + k2\pi}{p} = \frac{2\pi n}{pN} + \frac{k2\pi}{p} = \frac{2\pi}{p} \frac{n + kN}{N}$.

Le fondamental correspond à $k = 0$, composante que nous tenterons de coupler au faisceau électronique.

Remarquons un effet très important qu'est la proximité des fréquences de résonance $\nu_{\frac{N}{2}}$ et $\nu_{\frac{N}{2}-1}$. C'est *l'effet de tassement des fréquences de résonance*, qui a pour conséquence un risque d'excitation simultanée des deux modes associés à ces fréquences, donc un risque d'instabilité de fonctionnement du magnétron.



III.1.2.4.b Condition de synchronisme

Nous allons maintenant coupler les résultats obtenus pour le nuage électronique III.1.2.1 et ceux obtenus pour les cavités en III.1.2.4.b. Pour qu'il y ait transfert de puissance efficace entre le faisceau tournant d'électrons et une harmonique d'espace transporté sur la ligne circulaire, il faut obtenir une *condition d'accord de phase*. Soit l'harmonique d'espace d'ordre k

$$g_k e^{-i(\varphi+k2\pi)\frac{x}{p}} = g_k e^{-i\beta_{kn}x}$$

La vitesse de phase correspondante est $v_\varphi = \frac{\omega}{\beta_{kn}} = \frac{\omega p}{\varphi + 2k\pi}$.

Pour un mode de pulsation de résonance $\omega_n = 2\pi\nu_n$, en posant $r_A \frac{2\pi}{N} = p$, on obtient la

vitesse angulaire $\frac{d\theta_c}{dt} = \frac{v_\varphi}{r_A} = \frac{2\pi}{Np} \frac{\omega_n p}{\varphi + 2\pi k} = \frac{\omega_n}{n + kN}$.

Il y aura un couplage important entre cet harmonique d'espace et le faisceau d'électrons si la vitesse angulaire des électrons est identique à la vitesse de phase angulaire de l'harmonique

considéré, ce qui se nomme *accord de phase*. Pour le régime de Brillouin, on obtient la *condition de synchronisme sur l'accord de phase* :

$$\frac{d\theta_c}{dt} = \frac{eB_{0z}}{2m} \left(1 - \frac{r_K^2}{r_A^2} \right) \Leftrightarrow \frac{\omega_n}{n + kN} = \frac{eB_{0z}}{2m} \left(1 - \frac{r_K^2}{r_A^2} \right)$$

En 1925, Hartree a montré que le synchronisme est maintenu au-delà de la condition de coupure, c'est-à-dire dans la zone de fonctionnement du magnétron, partie inférieure du domaine délimité par la parabole de Hull sur le graphe $V_A = f(B_{0z})$, tant que la relation suivante est vérifiée :

$$eV_A = \frac{1}{2} eB_{0z} \frac{d\theta_c}{dt} (r_A^2 - r_K^2) - \frac{m}{2} \left(\frac{d\theta_c}{dt} \right)^2 r_A^2$$

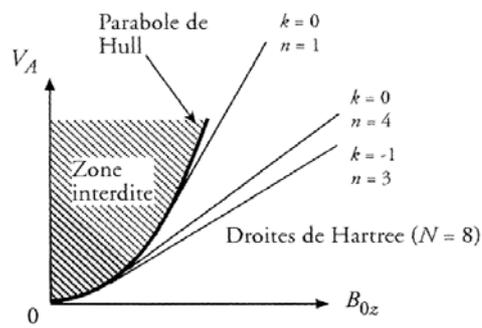
C'est la *condition de Hartree*, qui permet l'obtention d'une relation linéaire entre V_A et B_{0z} . La représentation graphique associée sur le graphe $V_A = f(B_{0z})$ est appelée *droite de Hartree*.

Définissons $v_s \equiv \frac{m}{2e} \left(\frac{d\theta_c}{dt} \right)^2 r_A^2$ et $b_s \equiv \frac{2m}{e} \frac{d\theta_c}{dt} \frac{1}{\left(1 - \frac{r_K^2}{r_A^2} \right)}$, les *paramètres de Hull-Hartree*.

On obtient les formes suivantes de la condition de Hartree et de la parabole de Hull :

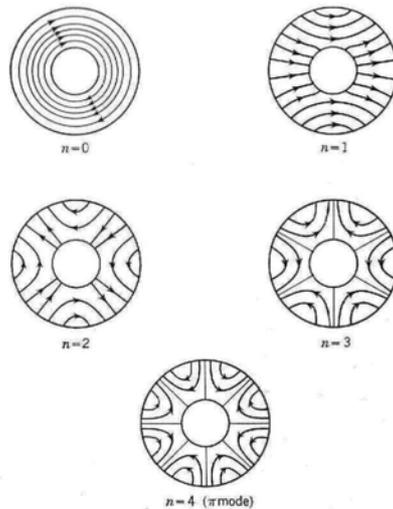
$$\begin{cases} \frac{V_A}{v_s} = 2 \frac{B_{0z}}{b_s} - 1 & (\text{Hartree}) \\ \frac{V_A}{v_s} = \left(\frac{B_{0z}}{b_s} \right)^2 & (\text{Hull}) \end{cases}$$

Les droites de Hartree seront donc tangentes à la parabole de Hull sur le graphe...



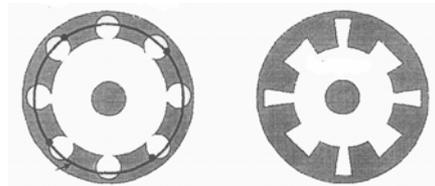
III.1.2.4.c Mode π

On l'a vu, il n'y a que $\frac{N}{2}$ modes fondamentaux ($k=0$) pour N cavités. C'est pourquoi le *mode π* , aussi appelé *mode $\frac{N}{2}$* , c'est-à-dire le *mode d'ordre maximal à k fixé* que l'on peut obtenir dans un magnétron correspond à un déphasage de π radians entre les cavités, et non de 2π .



modes fondamentaux ($k = 0$) dans un magnétron symétrique à 8 cavités

Nous avons déjà mis en évidence la proximité des fréquences de résonance, et l'on peut voir sur le graphe $V_A = f(B_{0z})$ que cette proximité implique un rapprochement entre le mode π , et le mode $\frac{N}{2} - 1$ pour k fixé, c'est-à-dire le mode directement inférieur au mode π . Ceci pourrait conduire à une instabilité de fonctionnement. Pour remédier à ce problème, on emploie souvent une structure dite *rising-sun* mettant en œuvre des cavités alternées de dimensions différentes pour séparer les fréquences de résonance trop proches, ou des anneaux circulaires appelés *straps* faisant le tour du résonateur et reliés à une cavité sur deux.



Strap et rising-sun

III.1.2.5. Considérations sur le magnétron

Les dimensions des cavités résonantes sont calculées de telle façon à leur conférer une fréquence de résonance allouée avec une certaine marge de tolérance, à savoir 2450 ± 25 MHz pour les fours micro-ondes domestiques.

Divers systèmes de couplage extraient une partie de la puissance RF ainsi engendrée, et l'envoient sur la sortie coaxiale du magnétron.

Le magnétron offre un rendement de l'ordre de 60 à 65 %. La puissance perdue sert au chauffage de la cathode ou se dissipe par effet Joule dans l'anode. On l'évacue au moyen du radiateur à ailettes ou d'un circuit de refroidissement à circulation d'eau (*cf* III.1.1).

Il existe une limitation physique à la puissance que peut délivrer un tube fonctionnant à une certaine fréquence : *plus cette fréquence est basse et plus les puissances disponibles sont élevées*. Pour les

fréquences industrielles de 2,45 GHz et 915 MHz, par exemple, on dispose respectivement de magnétrons de 6 kW (four domestique) et 30 kW ! Ceci explique l'intérêt des chercheurs pour le domaine des basses fréquences. D'ailleurs, des recherches très actives sont entreprises actuellement à la fréquence de 434 MHz...

III.2. Le système haute tension, le guide et le brasseur d'onde

Avançons plus avant dans la compréhension du four et de ses composantes. Nous allons nous préoccuper ici de l'alimentation du magnétron, et ensuite, de la propagation des ondes.

III.2.1. Le système haute tension

Le magnétron, nous l'avons déjà vu, nécessite une tension très importante. L'apport en tension doit, évidemment, être continu. Afin de garantir une tension DC très élevée, on utilise un transformateur qui augmente la tension, et un filtre RC qui transforme le régime alternatif en régime continu.

III.2.2. Le guide d'onde

Afin de guider les ondes dans la cavité du four, on utilise un guide d'ondes qui n'est rien d'autre qu'un parallélépipède creux de métal.

III.2.2.1. Conditions aux limites

Considérons que le métal utilisé pour façonner le guide soit un conducteur parfait. Pour des champs dépendant du temps, \vec{E} et \vec{B} s'annulent dans le conducteur. Il existe des conditions aux limites pour ces champs : la composante tangentielle de \vec{E} et la composante normale de \vec{B} doivent être continues au passage de la surface. Or ces deux composantes sont nulles dans le conducteur, donc, si on pose \vec{n} comme le vecteur unité normal à la surface,

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \quad \vec{n} \cdot \vec{B} = 0$$

Par calcul, on obtient, pour la composante en z des deux champs sur la surface,

$$E_z|_S = 0 \quad \partial_n B_z|_S = 0$$

Dans le type de guide considéré, toute onde propagée sera somme des deux types d'ondes que sont *onde transverse magnétique (TM)* et *onde transverse électrique (TE)*, qui se définissent comme suit :

$$\text{Transverse électrique : } E_z = 0 \text{ partout et } \partial_n B_z|_S = 0$$

$$\text{Transverse magnétique : } B_z = 0 \text{ partout et } E_z|_S = 0$$

III.2.2.2. Nombre d'onde, composantes transverses

Dans le cas d'un guide d'onde, supposant que l'air qui l'emplit est matériau uniforme, linéaire, non dissipatif, de permittivité ε et de perméabilité μ , on obtient la forme suivante pour les équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\vec{B} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = -i\omega\varepsilon\mu\vec{E} \end{cases}$$

Si on place sur l'axe du guide d'onde l'axe Oz des coordonnées, on obtient, après calcul, les équations du second ordre

$$\begin{cases} (\Delta + \omega^2\varepsilon\mu)\vec{E}(x, y, z, t) = 0 \\ (\Delta + \omega^2\varepsilon\mu)\vec{B}(x, y, z, t) = 0 \end{cases}$$

On recherche des solutions décrivant des ondes progressives dans la direction de l'axe du guide, donc de l'axe Oz . Ces solutions sont du type

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, t) &= \vec{E}(x, y)e^{ikz - i\omega t} \\ \vec{B}(x, y, z, t) &= \vec{B}(x, y)e^{ikz - i\omega t} \end{aligned}$$

où k est le *nombre d'onde*. Les équations du second ordre deviennent pour ce type de solutions :

$$\begin{cases} (\Delta^{(2)} + \omega^2\varepsilon\mu - k^2)\vec{E}(x, y) = 0 \\ (\Delta^{(2)} + \omega^2\varepsilon\mu - k^2)\vec{B}(x, y) = 0 \end{cases}$$

où $\Delta^{(2)}$ est le *laplacien transverse*, c'est-à-dire sur une section $z = \text{constante}$.

En réinjectant les deux solutions dans les équations de Maxwell d'où nous sommes partis, on trouve, en utilisant $\partial_x e^{ikz} = ik e^{ikz}$, les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \partial_x E_x + \partial_y E_y &= -ikE_z & \partial_x B_x + \partial_y B_y &= -ikB_z \\ \partial_x E_y - \partial_y E_x &= i\omega B_z & \partial_x B_y - \partial_y B_x &= -i\omega\varepsilon\mu E_z \\ \partial_y E_z - ikE_y &= i\omega B_x & \partial_y B_z - ikB_y &= -i\omega\varepsilon\mu E_x \\ ikE_x - \partial_x E_z &= i\omega B_y & ikB_x - \partial_x B_z &= -i\omega\varepsilon\mu E_y \end{aligned}$$

D'où on tire

$$\begin{aligned} i(k^2 - \omega^2\varepsilon\mu)E_x &= k\partial_x E_z + \omega\partial_y B_z \\ i(k^2 - \omega^2\varepsilon\mu)E_y &= k\partial_y E_z - \omega\partial_x B_z \\ i(k^2 - \omega^2\varepsilon\mu)B_x &= k\partial_x B_z - \omega\varepsilon\mu\partial_y E_z \\ i(k^2 - \omega^2\varepsilon\mu)B_y &= k\partial_y B_z + \omega\varepsilon\mu\partial_x E_z \end{aligned}$$

On conclut donc que, pour $k^2 \neq \omega^2 \varepsilon \mu$, les composantes transverses des champs électrique et magnétique se déduisent de deux fonctions $E_{\tilde{x}}(x, y)$ et $B_{\tilde{x}}(x, y)$, solutions de

$$\begin{cases} (\Delta^{(2)} + \omega^2 \varepsilon \mu - k^2) E_{\tilde{x}}(x, y) = 0 \\ (\Delta^{(2)} + \omega^2 \varepsilon \mu - k^2) B_{\tilde{x}}(x, y) = 0 \end{cases}$$

III.2.2.3. Fréquence de coupure, ondes transverses

Focalisons-nous sur l'étude du laplacien transverse. Les deux équations qui précèdent peuvent se réécrire comme suit :

$$\begin{cases} \Delta^{(2)} E_{\tilde{x}}(x, y) = (k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) E_{\tilde{x}}(x, y) \\ \Delta^{(2)} B_{\tilde{x}}(x, y) = (k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) B_{\tilde{x}}(x, y) \end{cases}$$

où le caractère de « *fonctions propres* » de l'opérateur laplacien transverse des champs $E_{\tilde{x}}$ et $B_{\tilde{x}}$ est mis en évidence. Mettons dès lors en exergue le fait que $-\gamma^2 = k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu$ est valeur propre du laplacien transverse. Or ledit opérateur est linéaire, et, sur l'espace des fonctions qui satisfont aux conditions aux limites données plus haut, il possède n valeurs propres discrètes. On a donc

$$-\gamma_\lambda^2 = k_\lambda^2 - \omega^2 \varepsilon \mu \Leftrightarrow k_\lambda^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - \gamma_\lambda^2 \quad \lambda = 1, \dots, n$$

A partir de cette dernière expression, on définit une fréquence de coupure, c'est-à-dire une fréquence à laquelle k_λ s'annule.

$$v_c = \frac{\omega_\lambda}{2\pi} = \frac{\gamma_\lambda}{2\pi \sqrt{\varepsilon \mu}}$$

Et on obtient

$$k_\lambda^2 = \varepsilon \mu (\omega^2 - \omega_\lambda^2)$$

On remarque que seules les fréquences $v > v_\lambda$ peuvent se propager dans un guide d'onde : en effet, pour $v > v_\lambda$, k_λ est réel, et pour $v < v_\lambda$, il est imaginaire pur, ce qui implique que $k_\lambda = i\kappa_\lambda$, et le champ décroît comme $e^{-\kappa_\lambda z}$, il est donc purement amorti.

III.2.2.3.a Ondes transverses électriques (TE)

Pour les solutions de type TE dans un guide, ($E_{\tilde{x}} = 0$) les composantes transverses du champ électrique et magnétique se déduisent de $B_{\tilde{x}}$ solution de

$$(\Delta^{(2)} + \omega^2 \varepsilon \mu - k^2) B_{\tilde{x}}(x, y) = 0$$

avec la condition aux limites $\partial_n B_{\tilde{x}}|_\Gamma = 0$, en utilisant

$$\begin{aligned}
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) E_x &= k \partial_x E_z + \omega \partial_y B_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) E_y &= k \partial_y E_z - \omega \partial_x B_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) B_x &= k \partial_x B_z - \omega \varepsilon \mu \partial_y E_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) B_y &= k \partial_y B_z + \omega \varepsilon \mu \partial_x E_z
\end{aligned}$$

En effet, ce système devient, pour $k = k_\lambda$,

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{-i\omega}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_y B_z \\
E_y &= \frac{i\omega}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_x B_z \\
B_x &= \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_x B_z \\
B_y &= \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_y B_z
\end{aligned}$$

Le champ électrique transverse est donc orthogonal au champ magnétique transverse, et

$$\vec{B}_t = \frac{k}{\omega} (\vec{1}_z \times \vec{E}_t) = \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \vec{\nabla}_t B_z$$

III.2.2.3.b Ondes transverses magnétiques (TM)

Pour les solutions de type *TM* dans un guide, ($B_z = 0$) les composantes transverse du champ électrique et magnétique se déduisent de E_z solution de

$$(\Delta^{(2)} + \omega^2 \varepsilon \mu - k^2) B_z(x, y) = 0$$

avec la condition aux limites $E_z|_S = 0$, en utilisant

$$\begin{aligned}
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) E_x &= k \partial_x E_z + \omega \partial_y B_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) E_y &= k \partial_y E_z - \omega \partial_x B_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) B_x &= k \partial_x B_z - \omega \varepsilon \mu \partial_y E_z \\
i(k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu) B_y &= k \partial_y B_z + \omega \varepsilon \mu \partial_x E_z
\end{aligned}$$

En effet, ce système devient, pour $k = k_\lambda$,

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_x E_z \\
E_y &= \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_y E_z \\
B_x &= \frac{i\omega \varepsilon \mu}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_y E_z \\
B_y &= \frac{-i\omega \varepsilon \mu}{k^2 - \omega^2 \varepsilon \mu} \partial_x E_z
\end{aligned}$$

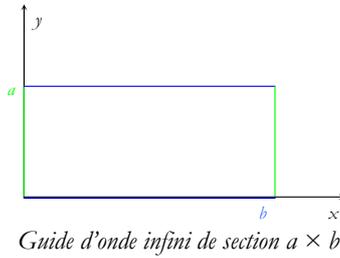
Le champ électrique transverse est donc orthogonal au champ magnétique transverse, et

$$\vec{E}_t = \frac{-ik}{k^2 - \omega^2 \epsilon \mu} \vec{\nabla}_t \vec{E}_x$$

$$\vec{B}_t = \frac{\omega \epsilon \mu}{k} (\vec{1}_x \times \vec{E}_t)$$

III.2.2.4. Modes et guide d'ondes rectangulaire

Pour une pulsation ω donnée, seuls certains modes TE_λ et TM_λ peuvent se propager. Nous allons exploiter ceci dans le cadre de notre guide d'onde métallique rectangulaire. Considérons les ondes TE . Le guide d'ondes considéré infini, pour plus de simplicité, sera de section $a \times b$.



Nous avons donc les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} y = 0, y = b \Rightarrow \partial_y B_x = 0 \\ x = 0, x = a \Rightarrow \partial_x B_x = 0 \end{cases}$$

L'équation à résoudre est

$$\Delta^{(2)} B_x(x, y) = -\gamma^2 B_x(x, y) \Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} B_x + \frac{\partial^2}{\partial y^2} B_x = -\gamma^2 B_x$$

On applique la méthode de séparation des variables, cherchant un champ du type

$$B(x, y) = X(x)Y(y)$$

On obtient

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -\gamma^2$$

Ce qui signifie que chaque terme est de la forme

$$\frac{d^2 X}{dx^2} = -\alpha^2 X$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} = -\beta^2 Y$$

où α, β sont des constantes telles que $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$

De cela on peut conclure que X est de la forme :

$$X = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$$

Calculons la dérivée première, et imposant la condition aux limites, on obtient

$$\partial_x B \Big|_{x=0}^{x=a} = \partial_x X \Big|_{x=0}^{x=a} = -A\alpha \sin \alpha x + B\alpha \cos \alpha x \Big|_{x=0}^{x=a} = 0$$

D'où l'on tire que,

comme en $x = 0$, $\sin = 0$, il faut que $B\alpha \cos \alpha x = 0$, donc $B = 0$

comme en $x = a$, $\cos = 0$, il faut que $\sin \alpha a = 0$, donc $\alpha a = n\pi$

On obtient donc la valeur de la constante

$$\alpha = \frac{n\pi}{a}, n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Par un même raisonnement, on obtient la valeur de β ,

$$\beta = \frac{m\pi}{b}, m = 0, 1, 2, 3,$$

Et notre résultat sera, pour l'onde transverse électrique,

$$\begin{cases} B_z^{n,m}(x, y) = B_{nm} \cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right) \\ E_z(x, y) = 0 \end{cases}$$

On peut écrire la valeur propre du laplacien,

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 = \pi^2 \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} \right)$$

On trouve dès lors la pulsation de coupure du mode (n, m)

$$\omega_{nm} = \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}$$

à laquelle correspond la fréquence de coupure

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} = \frac{1}{2v} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$

où v est la vitesse de la lumière dans le milieu qui emplit le guide,

$$v \equiv \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

et le nombre d'onde

$$k_{nm} = \frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - \omega_{nm}^2}$$

III.2.2.5. Énergie, vitesse de propagation

On définit le vecteur de Poynting comme

$$\vec{S}(x, y, z, t) = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B}$$

Le courant moyen d'énergie est donc dans la direction de propagation, vu que \vec{E} et \vec{B} sont transverses. L'énergie moyenne traversant une section du guide par unité de temps sera donc

$$P = \int_0^a dx \int_0^b dy \langle \vec{S} \cdot \vec{1}_z \rangle$$

La densité d'énergie dans les champs est définie comme

$$w = \frac{1}{2} \left(\epsilon \vec{E}^2 + \frac{1}{\mu} \vec{B}^2 \right)$$

L'énergie moyenne du champ par unité de longueur dans le guide est donnée par

$$U = \int_0^a dx \int_0^b dy \langle w \rangle$$

Et le rapport $\frac{P}{U}$ donne la vitesse de propagation dans le guide d'ondes qui coïncide avec

la vitesse v_g , appelée *vitesse de groupe*, définie par $v_g = \frac{d\omega}{dk_{nm}}$

III.2.2.6. Modes propagatifs, modes évanescents

III.2.2.6.a Classification des modes

Appelons F le *facteur de forme du guide*, défini comme

$$F \equiv \frac{b}{a} > 1$$

où on a supposé raisonnablement que $a < b$, facteur de forme qui donne le *rayon modal* r_{nm} ,

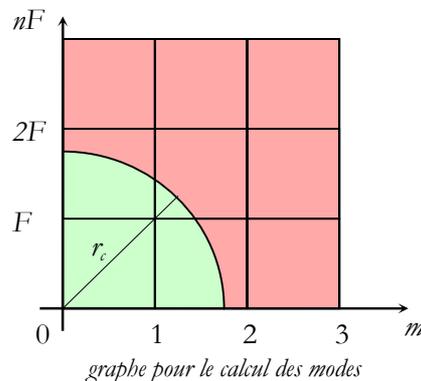
$$r_{nm} = \sqrt{m^2 + n^2 F^2}$$

et appelons r_c le rayon caractéristique

$$r_c \equiv \frac{2a}{v} = \frac{2a}{\lambda}$$

où λ est la longueur d'onde dans le milieu qui emplit le guide (l'air, en l'occurrence).

A la coupure, pour le mode TE_{nm} ou TM_{nm} , on a $r_c = r_{nm}$. Traçons le graphe nF en fonction de m , et reportons-y r_c :



Les modes TE et TM propagés seront, pour la fréquence ν , tous les modes dont les *points représentatifs sur le graphe* sont contenus dans le quart de disque de rayon r_c centré sur l'origine.

III.2.2.6.b Mode fondamentale

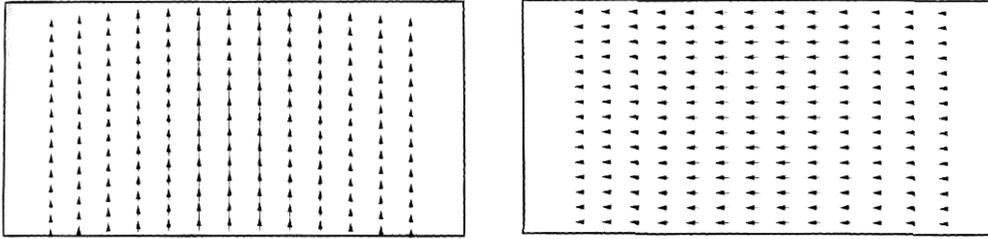
Pour $n = 0$ et $m = 0$, nous n'avons pas d'onde : $E_x = E_y = B_x = B_y = 0$.

Dès lors, le mode TE_{nm} fondamentale, c'est-à-dire celui dont la fréquence de coupure est la plus petite, sera le mode TE_{10} pour lequel les champs physiques réels seront les suivants :

$$\begin{aligned} E_{0x} &= 0 & H_{0x} &= \frac{-E k_{01}}{\omega \mu} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-ik_{01}z} \\ E_{0y} &= E \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-ik_{01}z} & H_{0y} &= 0 \\ E_{0z} &= 0 & H_{0z} &= \frac{iE k_{01}}{\omega \mu} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-ik_{01}z} \end{aligned}$$

$$\text{où } k_{10} = \frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - \omega_{10}^2}$$

En supposant $F = 2$, les champs électrique et magnétique auront la forme suivante :



Champ électrique et champ magnétique du mode TE_{10}

Nous allons maintenant considérer la vitesse moyenne de propagation dans le guide pour le mode TE_{01} . Comme vu précédemment, elle est donnée par le rapport entre l'énergie moyenne du champ par unité de longueur U et l'énergie moyenne qui traverse une section du guide, P .

$$\begin{aligned} U &= \frac{ab B_{10}^2}{4\mu} \frac{\omega^2}{\omega_{10}^2} \\ P &= \frac{ab}{2} \frac{v}{2\mu} B_{10}^2 \frac{\omega^2}{\omega_{10}^2} \sqrt{1 - \frac{\omega_{10}^2}{\omega^2}} \\ \frac{P}{U} &= v_g = v \sqrt{1 - \frac{\omega_{10}^2}{\omega^2}} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne le lien entre fréquence de coupure, fréquence du générateur d'onde (magnétron), vitesse de la lumière et vitesse de propagation.

III.2.2.6.c Modes d'ordre supérieur

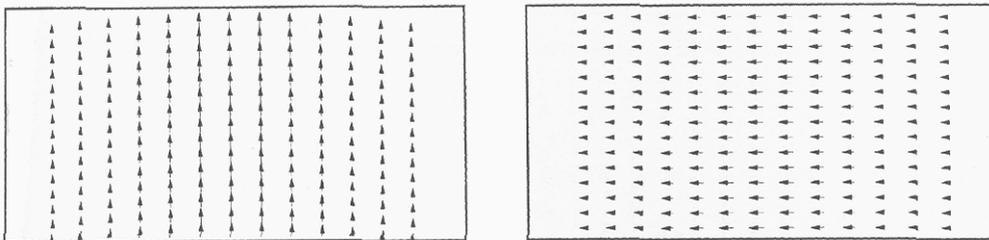
Les modes TM_{0n} ou TM_{m0} ne seront jamais propagés : en effet, la composante E_x y serait nulle. On obtient les équations de chaque mode en reprenant le même raisonnement que celui que nous avons effectué pour le mode fondamental.

III.2.2.7. De la théorie à la pratique

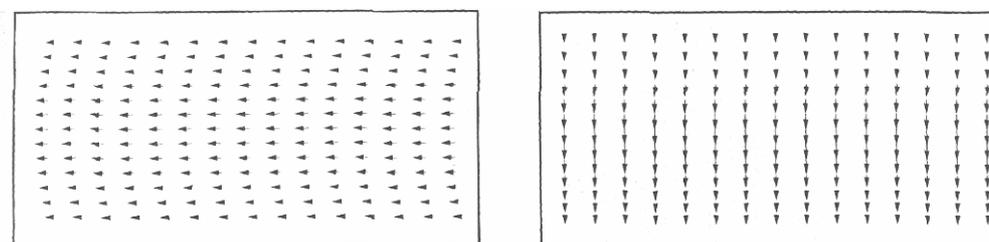
Nous ne devons appliquer les résultats qui précèdent sans prendre de précaution : le guide d'onde n'est jamais infini, loin de là. Dès lors, on interdit des modes de manière abusive : ils ne seront pas transmis par un guide infini, car ils seront amortis, mais dans le four ils sont bel et bien transmis.

Néanmoins, la transmission des micro-ondes dans un guide dépassant de loin le cadre du four, les paragraphes *supra* et *infra* ont un intérêt certain. L'approximation du guide infini trouve en effet une justification dans les guides qui servent à la transmission des ondes en industrie, guides qui peuvent parfois atteindre des longueurs atteignant les 500 mètres, et qui plus est, elle permet de développer une idée plus précise des types de modes transmis dans le four !

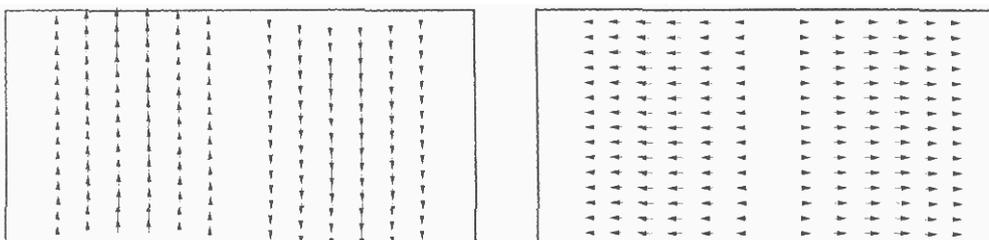
Dans un grand nombre de micro-ondes, les dimensions du guide sont calibrées de manière à ce que $F = 2$, ce qui permet une transmission d'un nombre important de modes très différents les uns des autres (comme la série de graphes qui suit le montre).



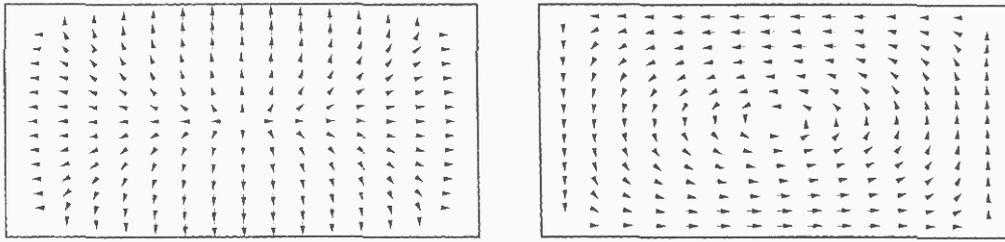
Champ électrique et champ magnétique du mode TE_{10}



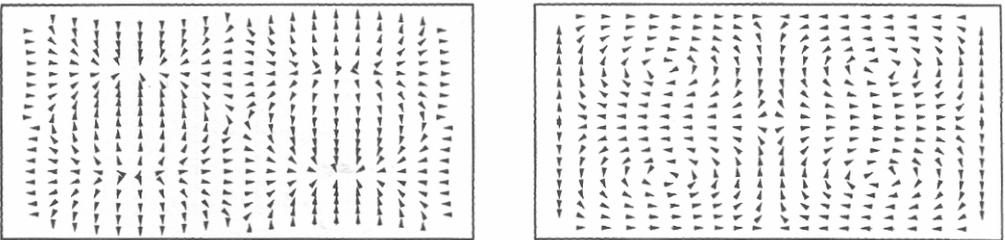
Champ électrique et magnétique du mode TE_{01}



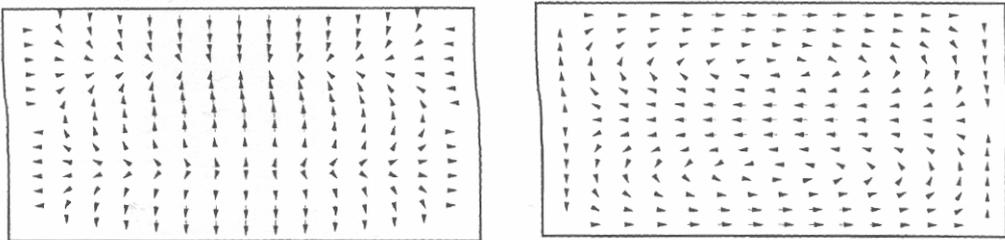
Champ électrique et champ magnétique du mode TE₂₀



Champ électrique et champ magnétique du mode TM₁₁



Champ électrique et champ magnétique du mode TM₁₂



Champ électrique et champ magnétique du mode TM₂₂

III.2.2.8. Conclusion

Toute onde se propageant dans le guide d'ondes sera une somme d'ondes transverse magnétique et transverse électrique. Dans les deux cas d'ondes transverses en question, on cherche des champs possédant une partie transverse suivie d'une exponentielle, et donner un champ équivaut à donner l'autre, puisque les champs transverses électrique et magnétique sont liés par une relation vectorielle.

Seuls certains modes d'ondes transverses se propagent dans le guide d'ondes. Ces modes dépendent des deux paramètres a et b qui caractérisent la section du guide, et possèdent un nombre d'onde k_{nm} réel, c'est-à-dire une fréquence de coupure ω_{nm} inférieure à la fréquence du générateur. Ils se déplacent dans le guide à la vitesse de groupe v_g , donnée comme un rapport de puissance (énergie moyenne par unité de temps) et d'énergie moyenne par unité de longueur.

III.3. Le brasseur d'ondes



Brasseur d'ondes

Le brasseur d'onde n'est rien d'autre qu'une hélice métallique, qui diffuse les ondes envoyées afin de garantir une homogénéité du chauffage. En effet, une cavité résonante présentant des maxima du champ et des points où celui-ci s'annule, il existe de forts gradients qui risquent de brûler localement l'aliment, ou de le chauffer fortement. Un exemple par excellence est le problème des points chauds lorsque l'on fait bouillir un liquide dans le four. En effet, on peut chauffer localement ledit liquide à des températures bien supérieures à la température d'ébullition, sans qu'il y ait, à cause de l'environnement de la phase liquide, de passage en phase gazeuse, ce qui peut causer de graves brûlures pour qui boirait le liquide surchauffé. L'applicateur (la cavité du four) étant statique dans un four à micro-ondes, l'uniformité du champ doit être optimale dans les trois directions. Le but recherché est donc d'obtenir une homogénéité statistique, en modifiant cycliquement la répartition d'énergie dans la cavité. Il existe néanmoins des méthodes de cartographie électromagnétique qui permettent de résoudre ces problèmes, mais cela dépasse le cadre de l'étude du four à micro-ondes domestique.

III.4. Cavité résonante

La cavité du four en elle-même n'est rien d'autre qu'une cavité résonante, c'est-à-dire un guide d'onde de section rectangulaire, comme nous l'avons considéré dans le paragraphe III.2.2., mais fermée par deux plans verticaux. Ceci permet de « contenir les ondes », ondes qui vont se réfléchir sur les parois. Si l'on ne met pas un absorbant dans le four, la puissance à l'intérieur de la cavité va dès lors augmenter de manière impressionnante, d'où le danger de faire tourner son four à vide !

III.5. Les modes de chauffage

Le four à micro-ondes utilise un mode de chauffage particulier, à savoir la transmission d'énergie par *radiation*. Mais il existe des substances que l'on ne peut pas chauffer ainsi. De plus, les ondes ne peuvent pas toujours pénétrer le cœur des aliments, garantissant une cuisson homogène. Ainsi, on utilise des matériaux faiblement conducteurs pour induire une augmentation de température au sein de ces matériaux, et ainsi cuire les aliments par *conduction*. C'est ainsi que

procèdent les plats pour micro-ondes. De même, pour faire du pop-corn dans le four à micro-ondes, on utilise un papier contenant du carbone, obtenant une sorte de « poêle » (*cf.* IV.3.5). Enfin, les aliments chauffent et par radiation et par conduction : les molécules de cœur reçoivent de l'énergie par contact avec les molécules en surface.

IV. Expériences

IV.1. Introduction

Nous allons considérer les différents types d'interactions micro-ondes matière, en considérant les états liquide et solide.

IV.2. Liquides

Les ondes électromagnétiques provoquent l'apparition de courant dans les métaux. Si nous plaçons une lampe dans la cavité d'un micro-onde, celle-ci s'allume donc comme si elle était alimentée par une source quelconque.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe consacré aux diélectriques (*cf* II.2.2), l'eau possède un moment dipolaire permanent et est donc polarisée. Sous l'influence d'ondes électromagnétiques, ces moments dipolaires vont s'orienter par rapport au champ alternatif et vont donc être animés de mouvements de rotation. L'énergie apportée par les ondes va ainsi être absorbée et transformée sous forme de chaleur. Si nous plaçons l'ampoule dans une quantité d'eau suffisamment importante, les ondes seront totalement absorbées avant d'avoir pu 'atteindre' le filament lumineux de l'ampoule. La lampe restera donc éteinte.

Si nous plaçons la même lampe dans un liquide faiblement polaire, tel que l'huile, les ondes seront absorbées partiellement et l'ampoule s'allumera alors faiblement. Lors de ce montage, on peut observer que la lampe connaît des variations d'intensité lumineuse, ce qui met en évidence le fait que le champ électromagnétique n'est pas homogène au sein de la cavité du four.

Si, par contre, nous réalisons à nouveau l'expérience avec une solution totalement apolaire tel que l'azote N_2 , les ondes traverseront le milieu transparent que forme ce liquide et atteindront la lampe directement. On observe alors une luminosité maximum.

Remarquons aussi que la lampe plongée dans l'azote donne une lumière rouge, ce qui est explicable par la température dudit liquide (-197°C).

IV.3. Solides

IV.3.1. Rappel théorique : Loi d'induction de Faraday

Vers 1820, Faraday observa qu'un champ magnétique devait être variable pour faire apparaître un courant électrique, appelé courant induit produisant ainsi une force électromotrice d'induction. Il a étudié les facteurs influant sur la grandeur de la f.é.m. induite : plus le champ magnétique varie rapidement plus la valeur de la f.é.m. augmente. Cependant, la f.é.m. est

proportionnelle non pas simplement au rythme de variation de \vec{B} , mais plutôt à celui du flux magnétique, ϕ_B , qui se définit de façon analogue au flux électrique par le rapport

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

où l'intégrale de champ magnétique \vec{B} porte sur n'importe quelle surface ouverte.

Ce concept de flux magnétique nous mène à la loi d'induction de Faraday :

La f.é.m. induite ε dans un circuit équivaut au taux de variation du flux magnétique qui le traverse :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Pour un circuit comportant N spires serrées, les f.é.m. induites à l'intérieur de chacune d'elles s'additionnent, de sorte que $\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt}$

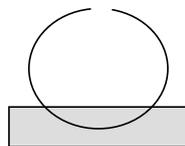
IV.3.2. Courants de Foucault

On appelle courants de Foucault des courants induits dans n'importe quel conducteur en mouvement dans un champ magnétique variable ou à travers lequel un champ magnétique varie.

IV.3.3. Antenne de Hertz

Lorsque l'on place un anneau de métal brisé fixé à un socle isolant dans un champ électromagnétique variable, on observe l'apparition d'arcs électriques entre les deux extrémités de la brisure. Il y a donc eu *déplacement de charges*.

Par la loi de Faraday, les électrons deviennent mobiles dans l'anneau, et s'accumulent sur une extrémité. Une différence de potentiel est ainsi créée entre les deux pointes, et au-delà du potentiel d'ionisation de l'air (30 kW/cm), l'air conduit le courant, on observe un arc électrique.



Dispositif expérimental de l'expérience de Hertz

IV.3.4. Compact-disc

Le disque compact n'est rien d'autre qu'une couche d'un mélange métallique à haute teneur en aluminium, sur une couche de plastique. Sous l'effet d'un champ électromagnétique, sa forme de disque percé va impliquer la création de *courants de Foucault* dans la couche métallique. Une différence de potentiel est donc induite entre le centre vide du CD et la partie métallique. Au-delà du potentiel d'ionisation de l'air, on observe, comme précédemment, un arc électrique

qui résulte en la destruction locale de la couche en métal. En cet endroit précis où fut détruit le métal, le potentiel tombe à zéro. D'où différence de potentiel entre les alentours et la zone détruite, d'où multiplication des arcs électriques, qui deviennent de plus en plus infimes.

IV.3.5. Le pop-corn

Le sachet de pop-corn est constitué d'une plaque de papier plastique possédant des inclusions de carbone graphite et recouverte d'une couche de graisse. Ce dernier est un mauvais conducteur, sa résistivité étant de l'ordre de $30 \cdot 10^{-5} \Omega m$. Dès lors, le courant induit à l'intérieur du carbone implique une perte sous forme d'énergie calorifique par effet Joule. Cette énergie est absorbée par la graisse et le maïs cuit par contact thermique. Ce phénomène peut être mis en évidence en utilisant du papier thermique qui noircit bien au contact de la plaque.

V. Références

V.1. Bibliographie

- BERTEAUD, André J., *Les hyperfréquences et leurs applications*, Presses universitaires de France, Paris, 1976.
- GIANCOLI, Douglas A., *Physique générale 2(électricité et magnétisme)*, 2^{ème} édition, De Boeck Université, De Boeck, Bruxelles, 1997.
- GRIFFITHS, David J., *Introduction to Electrodynamics*, 3^{ème} édition, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999.
- HELLIER, Marc, *Techniques Micro-ondes (Structures de guidage, dispositifs passifs et tubes micro-ondes)*, Cours de Supelec, collection Technosup, Ellipses, Paris, 2001.
- JACKSON, John D., *Classical Electrodynamics*, 3^{ème} édition, Wiley, New-York, 1999.
- JOHNSON, William A., *Invitation to organic chemistry*, Jones and Bartlett, Sudbury, 1999.
- MUCHMORE, Robert B., *Essentials of microwaves*, Chapman and Hall, Londres, 1952.
- STRATTON, Julius A., *Electromagnetic theory*, 1^{ère} édition, McGraw-Hill Book Company, New York, 1961.
- WICHMAND, Eyvind H., *Quantum Physics*, Berkeley physics course, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.
- ZUMDAHL, Steven S., *Chemical Principles*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1998.

V.2. Cours

- GASPARD, Pierre, *Mécanique Quantique*, ULB, Bruxelles, 2001.
- SCHOMBLOND, Christiane, *Electrodynamique Classique*, ULB, Bruxelles, 2001.
- EMPLIT, Philippe, *Optique*, ULB, Bruxelles, 2001.

V.3. Internet

- <http://www.gallawa.com/microtech/>
- <http://www.sbu.ac.uk/water/microwave.html>
- <http://home.earthlink.net/~marutgers/fun/microwave/microwave.html>
- <http://www.madsci.org/posts/archives/dec97/882909591.Ph.r.html>
- <http://members.tripod.com/~hochwald/microwave/micro.html>
- <http://mst-online.nsu.edu/mstonline/emset2/Files/323.pdf>
- <http://www.varianinc.com/>

Table des Matières

Introduction	3
I. Historique.....	4
I.1. Les ondes radios.....	4
I.2. Le radar.....	4
I.3. Le four à micro-ondes.....	5
I.4. Le klystron	7
II. Les Micro-ondes.....	8
II.1. Les micro-ondes dans le spectre électromagnétique.....	8
II.2. Interactions avec la matière.....	8
II.2.1. Conducteurs et micro-ondes	8
II.2.1.1. Conduction selon le modèle de Bohr	8
II.2.1.2. Conducteur parfait	9
II.2.1.3. Ondes électromagnétiques dans un conducteur.....	10
II.2.1.4. Réflexion à la surface	12
II.2.1.5. Effet de peau.....	14
II.2.2. Diélectriques	14
II.2.2.1. Polarisation.....	14
II.2.2.2. L'eau.....	16
II.2.2.3. Relaxation diélectrique et propriétés diélectriques.....	17
II.2.2.4. Profondeur de pénétration	18
II.2.2.5. Approche quantique.....	19
II.2.3. Au sujet des plastiques	19
II.3. Produire des micro-ondes	19
III. Le four à micro-ondes	22
III.1. Le Magnétron.....	22
III.1.1. Structure	22
III.1.2. Fonctionnement	22
III.1.2.1. Nuage électronique en régime pré-oscillatoire.....	22
III.1.2.2. Régime de Brillouin, condition de coupure.....	23
III.1.2.3. Principe de fonctionnement des cavités résonantes.....	24
III.1.2.4. Etude détaillée des cavités et des modes	25
III.1.2.4.a Propagation sur une ligne circulaire	25
III.1.2.4.b Condition de synchronisme.....	27
III.1.2.4.c Mode π	28

III.1.2.5.	Considérations sur le magnétron	29
III.2.	Le système haute tension, le guide et le brasseur d'onde.....	30
III.2.1.	Le système haute tension	30
III.2.2.	Le guide d'onde	30
III.2.2.1.	Conditions aux limites.....	30
III.2.2.2.	Nombre d'onde, composantes transverses.....	31
III.2.2.3.	Fréquence de coupure, ondes transverses	32
III.2.2.3.a	Ondes transverses électriques (TE).....	32
III.2.2.3.b	Ondes transverses magnétiques (TM).....	33
III.2.2.4.	Modes et guide d'ondes rectangulaire	34
III.2.2.5.	Energie, vitesse de propagation	35
III.2.2.6.	Modes propagatifs, modes évanescents	36
III.2.2.6.a	Classification des modes.....	36
III.2.2.6.b	Mode fondamental.....	37
III.2.2.6.c	Modes d'ordre supérieur.....	38
III.2.2.7.	De la théorie à la pratique.....	38
III.2.2.8.	Conclusion.....	39
III.3.	Le brasseur d'ondes.....	40
III.4.	Cavité résonante.....	40
III.5.	Les modes de chauffage	40
IV.	Expériences	42
IV.1.	Introduction.....	42
IV.2.	Liquides	42
IV.3.	Solides.....	42
IV.3.1.	Rappel théorique : Loi d'induction de Faraday.....	42
IV.3.2.	Courants de Foucault.....	43
IV.3.3.	Antenne de Hertz	43
IV.3.4.	Compact-disc	43
IV.3.5.	Le pop-corn.....	44
V.	Références	45
V.1.	Bibliographie.....	45
V.2.	Cours.....	45
V.3.	Internet.....	45
Table des Matières.....		46
Annexes		48

