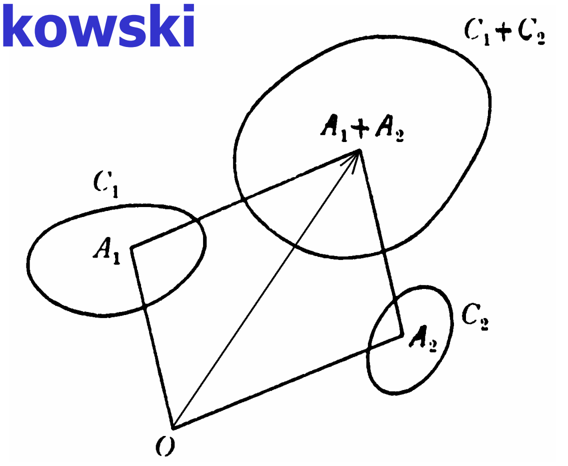
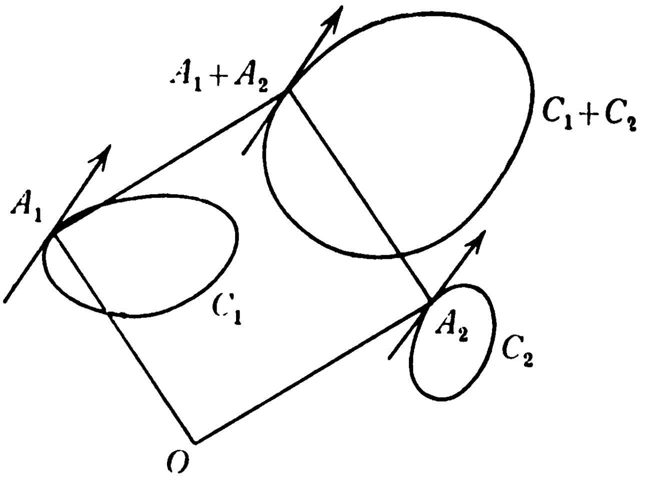
4. Un outil de construction efficace : la somme de Minkowski

Etant données deux régions du plan C_1 et C_2, on construit une nouvelle région $C_1 + C_2$ en effectuant la somme vectorielle $A_1 + A_2$ pour tous les points A_1 de C_1 et A_2 de C_2, l'origine O étant fixée.





On vérifie que :

- $C_1 + C_2$ ne dépend, à une translation près, ni de la position de C_1, ni de celle de C_2, ni du choix de O;
- si C_1 et C_2 sont convexes, alors $C_1 + C_2$ est convexe;
- les droites de support de C_1 et C_2 dans une direction fixée s'additionnent pour donner une droite de support de $C_1 + C_2$ dans la même direction.

Dès lors, la somme de deux corps convexes de largeurs constantes respectives b_1 et b_2 est un corps convexe de largeur constante $b_1 + b_2$. En effectuant la somme d'un triangle de Reuleaux et d'un cercle, on obtient un triangle lissé. On peut par ailleurs vérifier que le périmètre de $C_1 + C_2$ est la somme des périmètres de C_1 et de C_2.