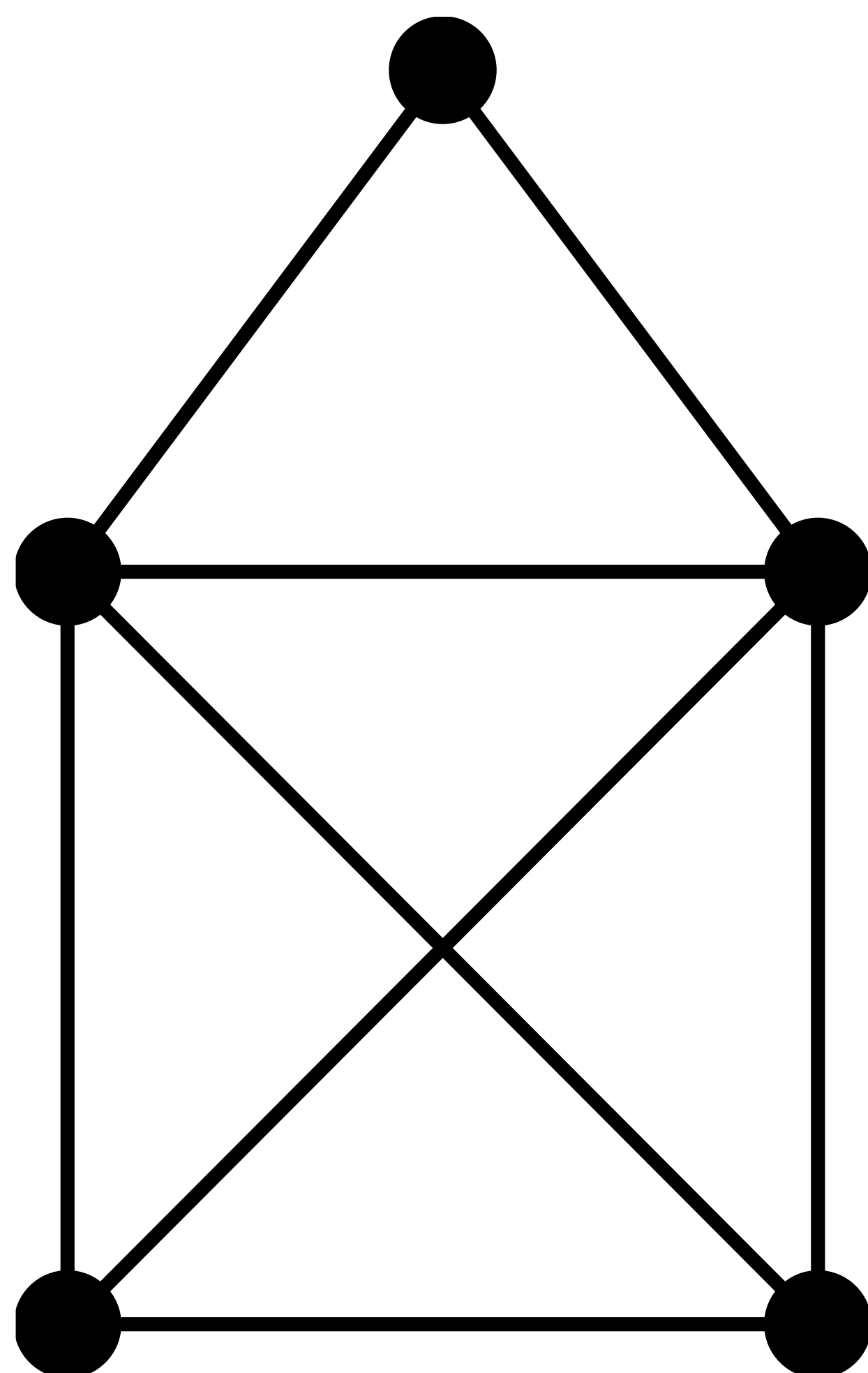


UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES – FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE

Liam BENON, Gabriel CHARRON, Ilyas EL HAICHAMI, Charlotte GERKENS, Anaëlle ISENBORGHS et Loïc MARTIN



Problème du dessin de la maison : pouvez-vous dessiner cette maison en passant une seule fois sur chaque trait et sans lever le crayon ?

Graphe = ensemble de sommets reliés par des arêtes.
Degré d'un sommet = nombre d'arêtes reliées au sommet.

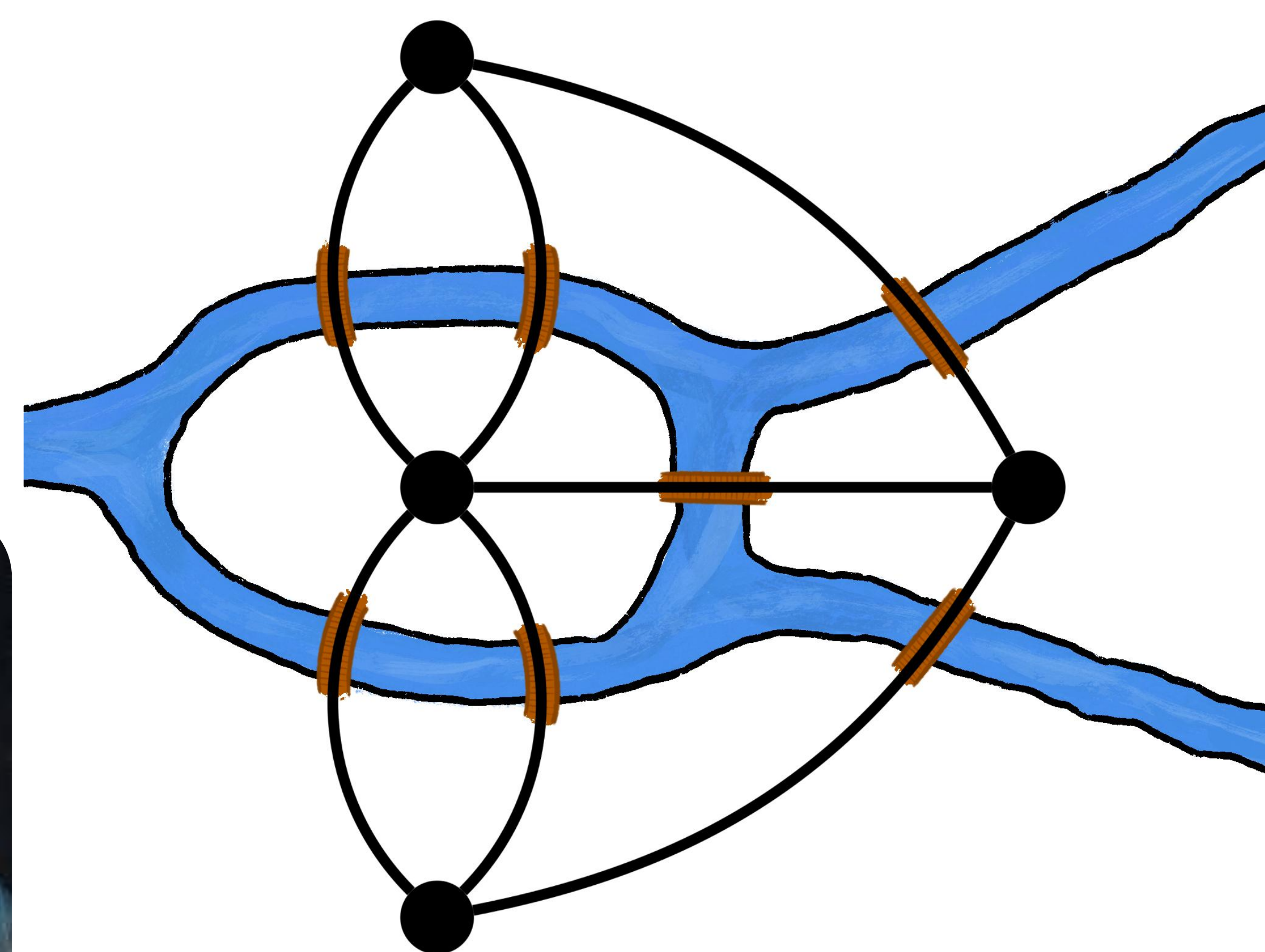
Parcours eulérien = chemin passant par toutes les arêtes, une unique fois.

+ s'il se termine au sommet de départ => **cycle eulérien**

Théorème d'Euler (1736)

Un graphe admet un **parcours eulérien** si et seulement si tous ses sommets, sauf éventuellement deux, sont de degré pair.

Un graphe admet un **cycle eulérien** si et seulement si tous ses sommets sont de degré pair.



1707-1783



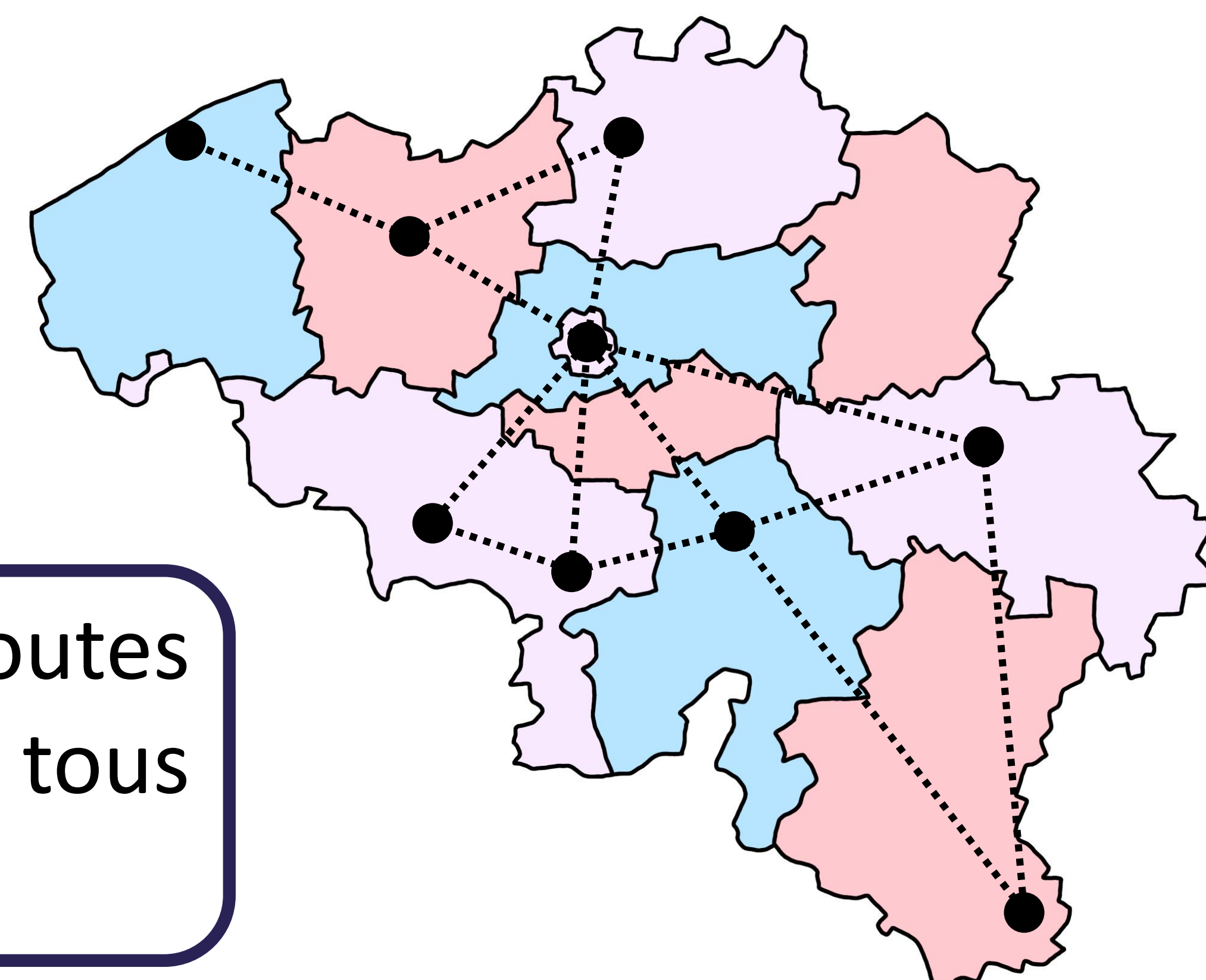
A quoi ça sert ?



Trouvé sur Freepik



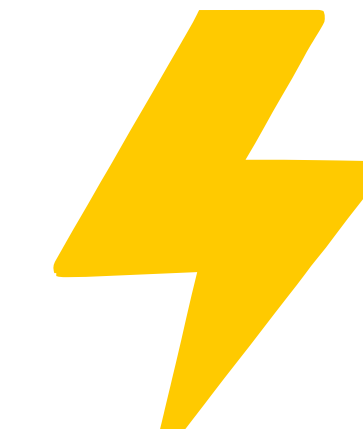
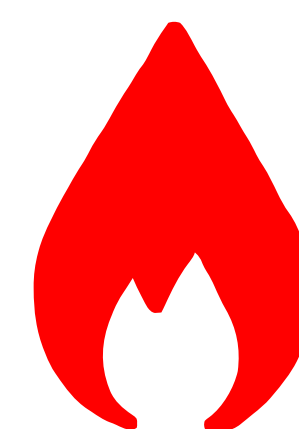
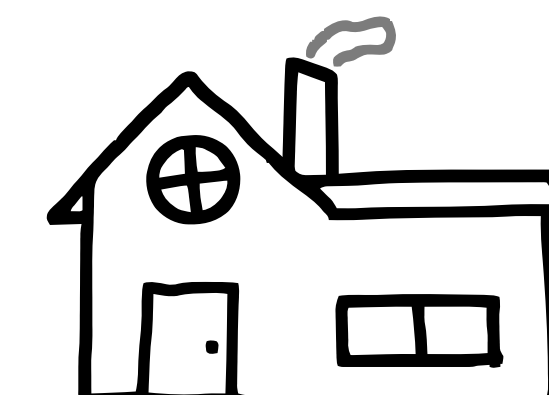
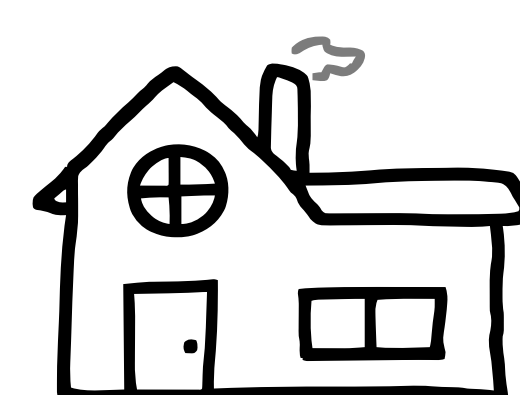
Et si au lieu de passer par toutes les arêtes, on veut passer par tous les sommets ?



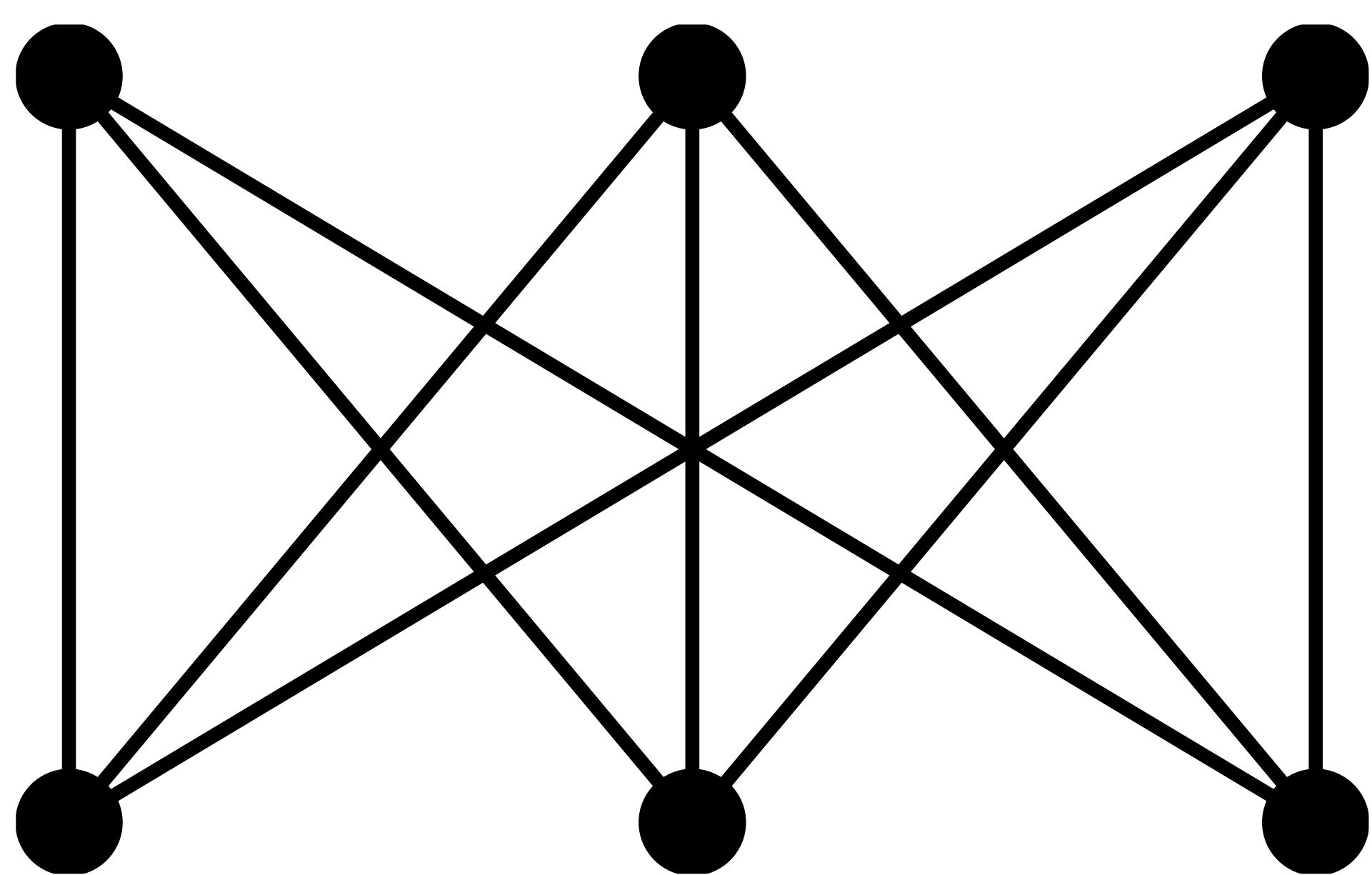
UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES – FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE

Liam BENON, Gabriel CHARRON, Ilyas EL HAICHAMI, Charlotte GERKENS, Anaëlle ISENBORGHS et Loïc MARTIN

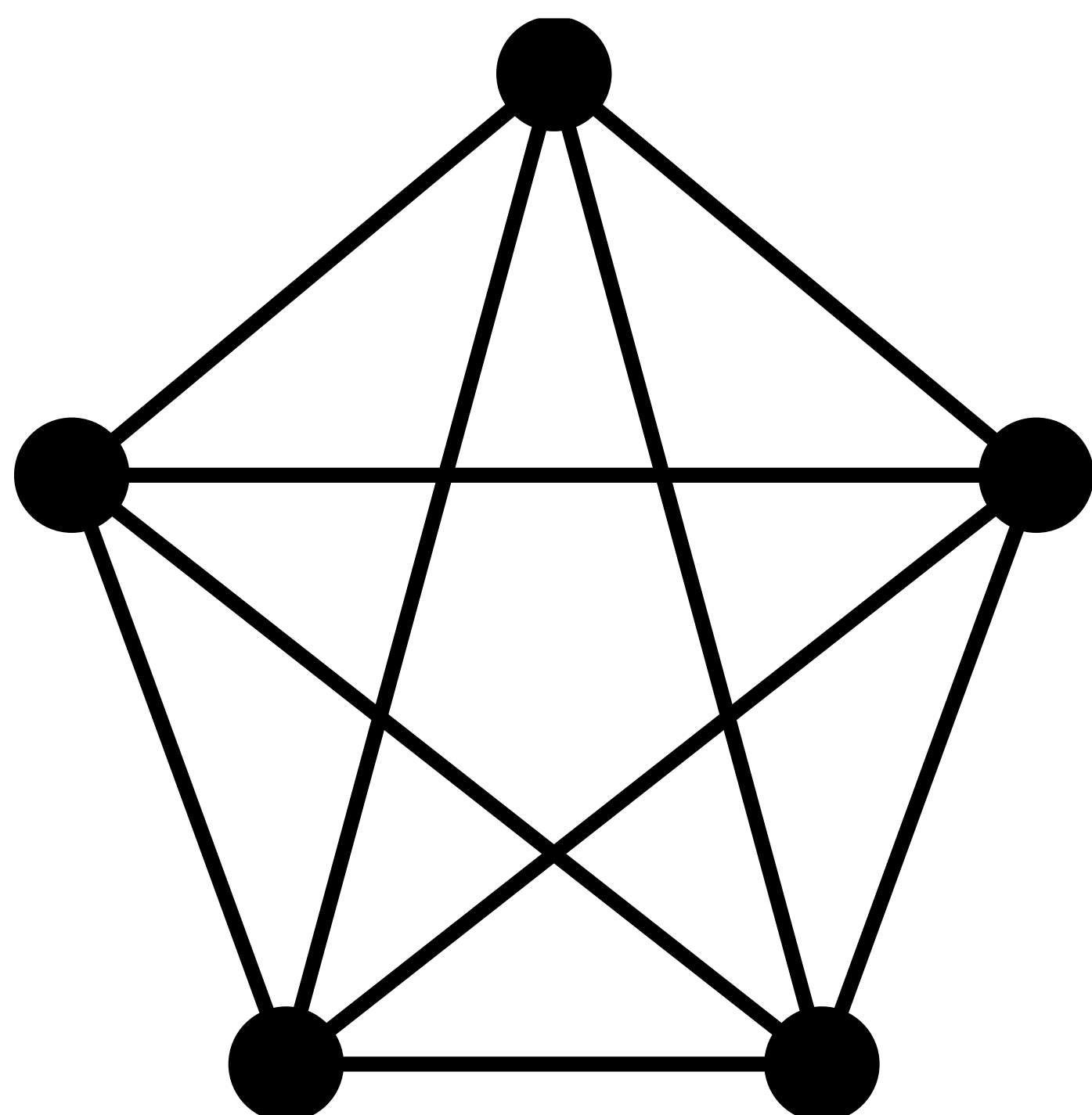
Énigme des 3 maisons de Dudeney (1917) :
pouvez-vous relier chacune des maisons à
chacun des services sans croisement ?



Graphe planaire = graphe qui peut être dessiné sur un plan sans croisement.



$K_{3,3}$



K_5

Formule d'Euler (1752)

Pour un graphe planaire avec s sommets, a arêtes et f faces, on a toujours $s - a + f = 2$.

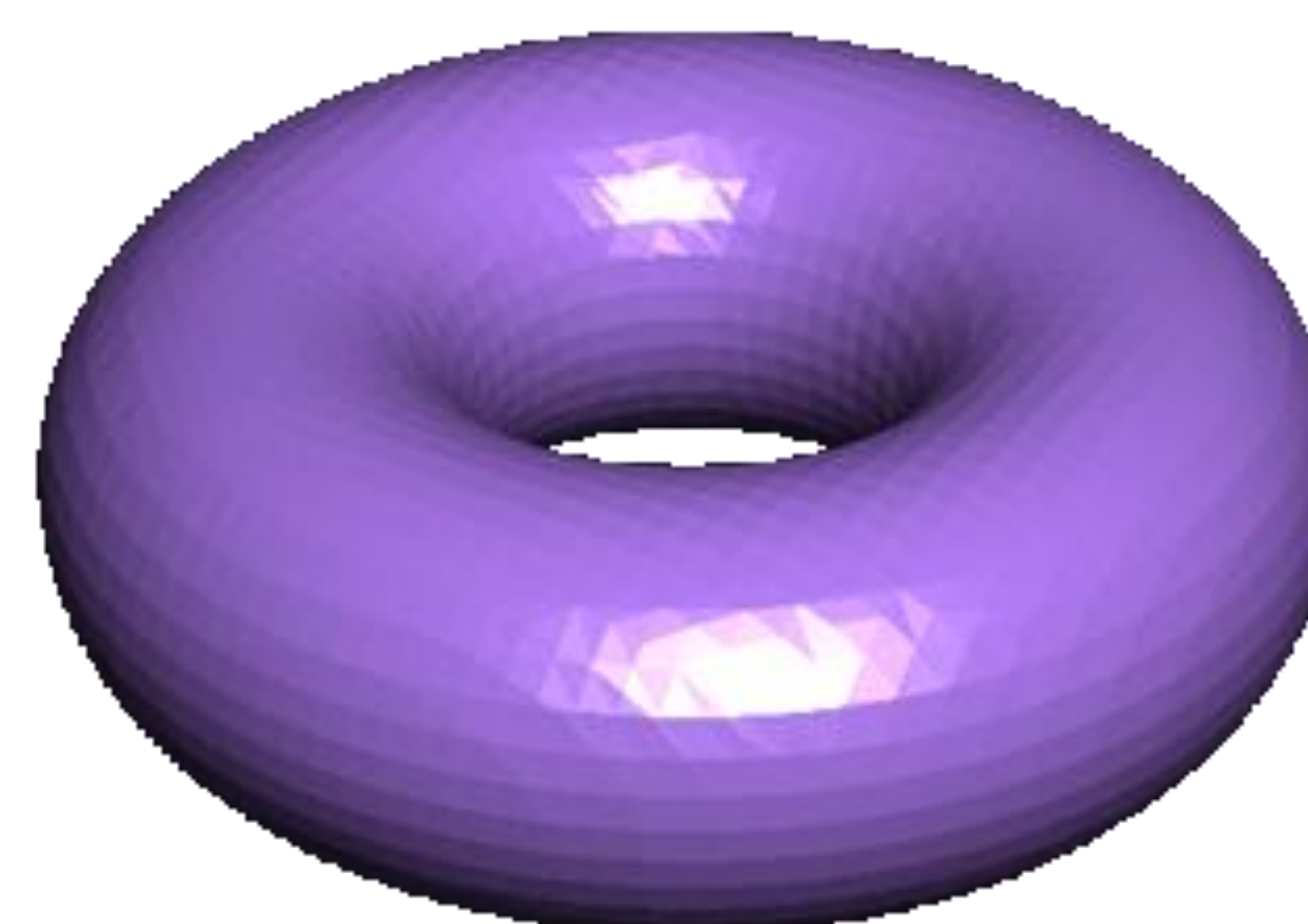
Théorème de Kuratowski (1930)

Un graphe est planaire ssi il ne contient pas de sous-graphe homéomorphe à K_5 ou $K_{3,3}$.

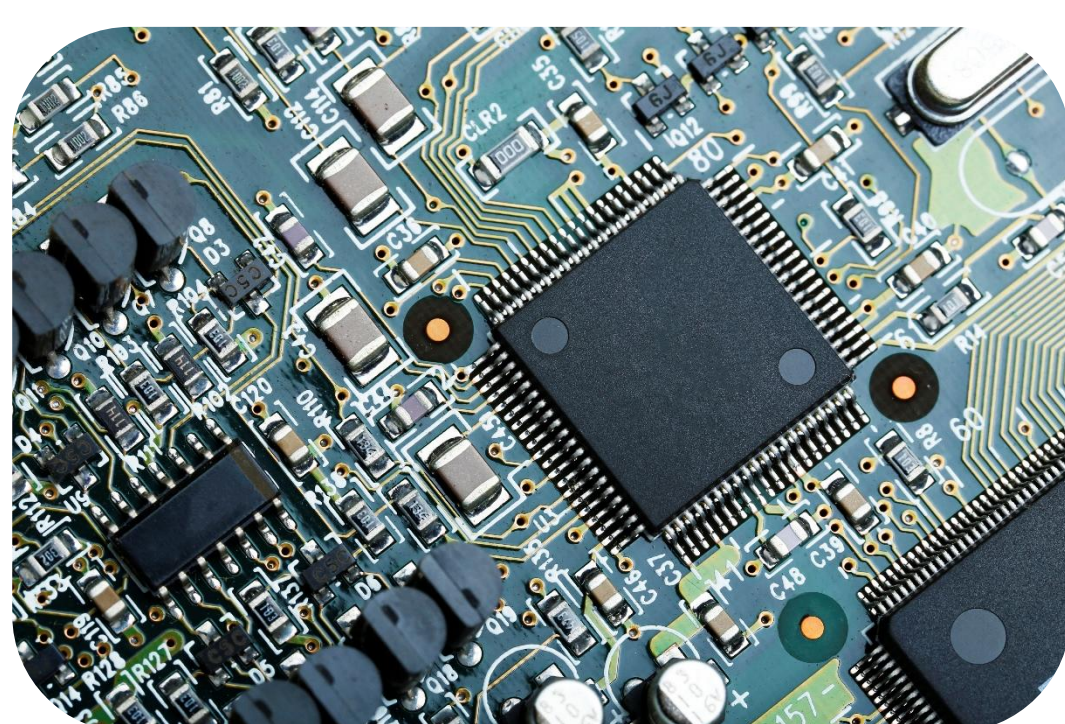


1896-1980

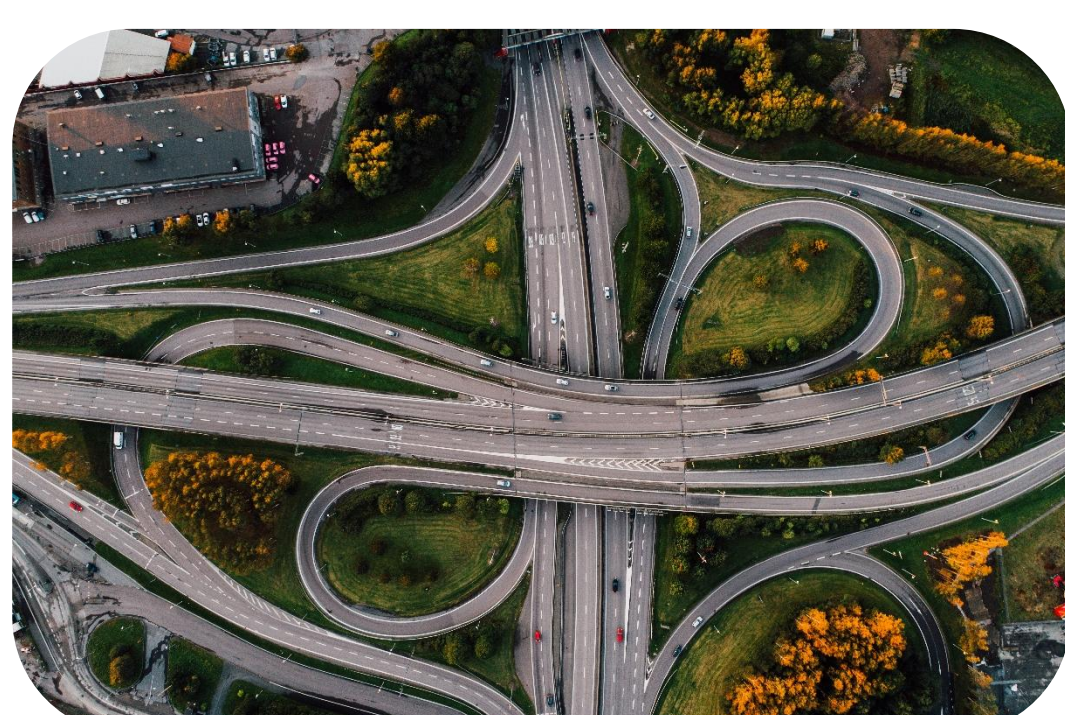
Et sur cette surface ?



A quoi ça sert ?



Trouvés sur Freepik



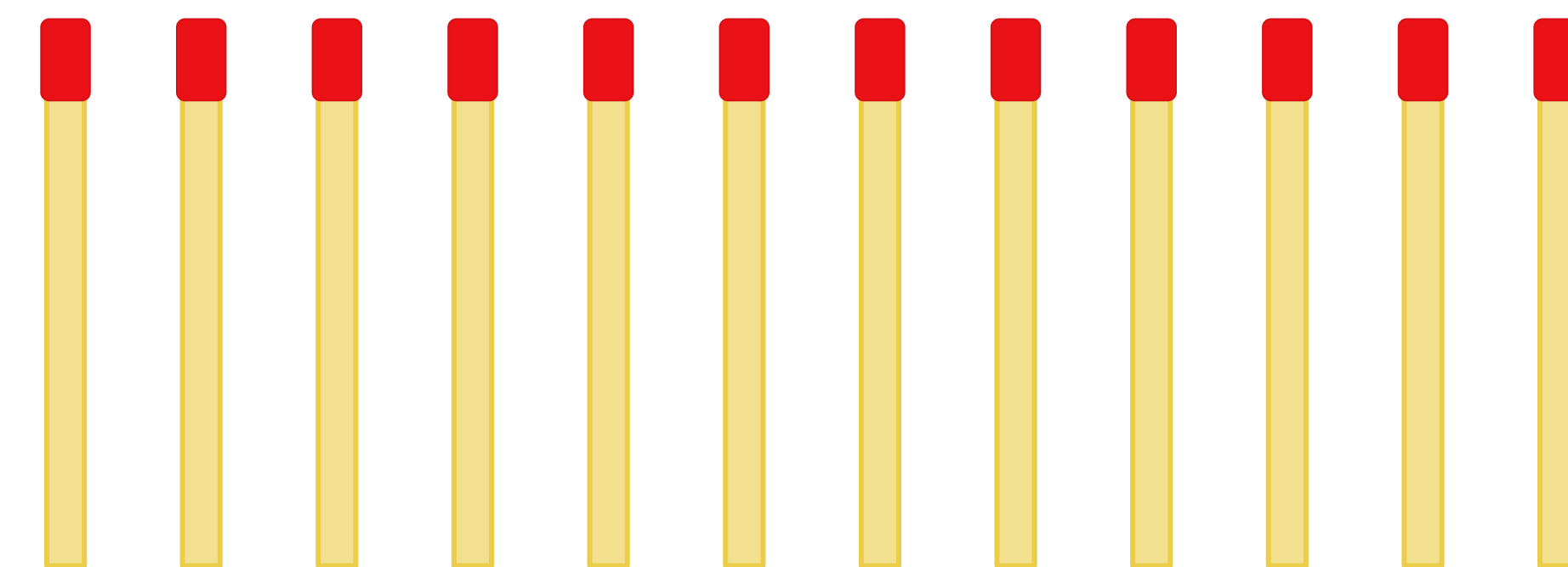
Théorème de Jordan (1887)

Une courbe fermée simple sépare le plan en exactement deux parties : l'intérieur et l'extérieur de la courbe.

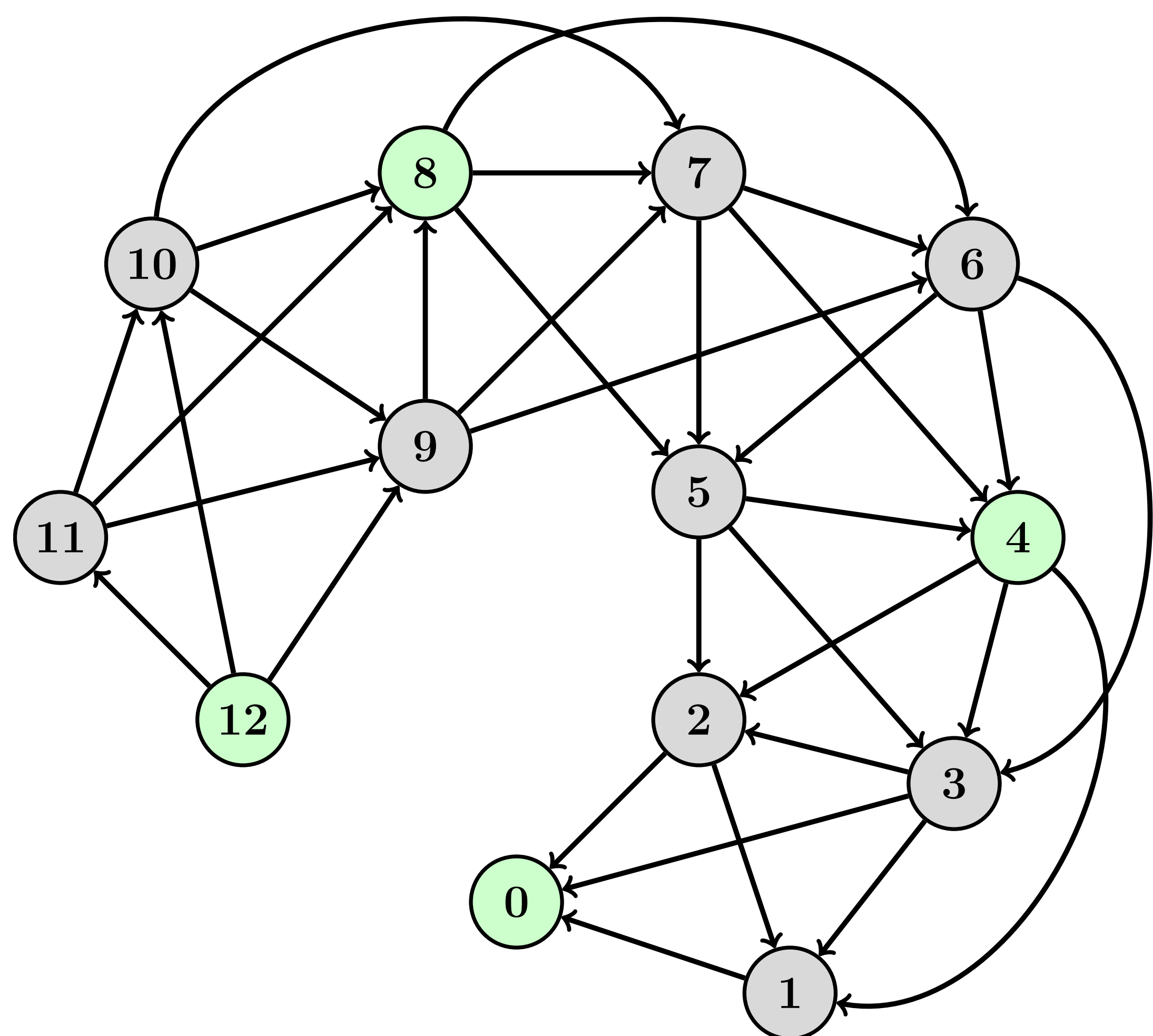
UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES – FACULTÉ DES SCIENCES
 DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE

Liam BENON, Gabriel CHARRON, Ilyas EL HAICHAMI, Charlotte GERKENS, Anaëlle ISENBORGHS et Loïc MARTIN

Jeu de Nim : Enlevez, chacun votre tour, maximum 3 allumettes. Pouvez-vous prendre la dernière ?



Graphe orienté = graphe dont les sommets sont reliés dans un certain sens.



Noyau du graphe = ensemble de sommets atteignables si et seulement si le sommet de départ est hors du noyau.

Dans ce cas, les positions multiples de 4.

? Pourquoi ce noyau ?

On reste dans le noyau.

On isole notre adversaire.

Ce sont les positions gagnantes.

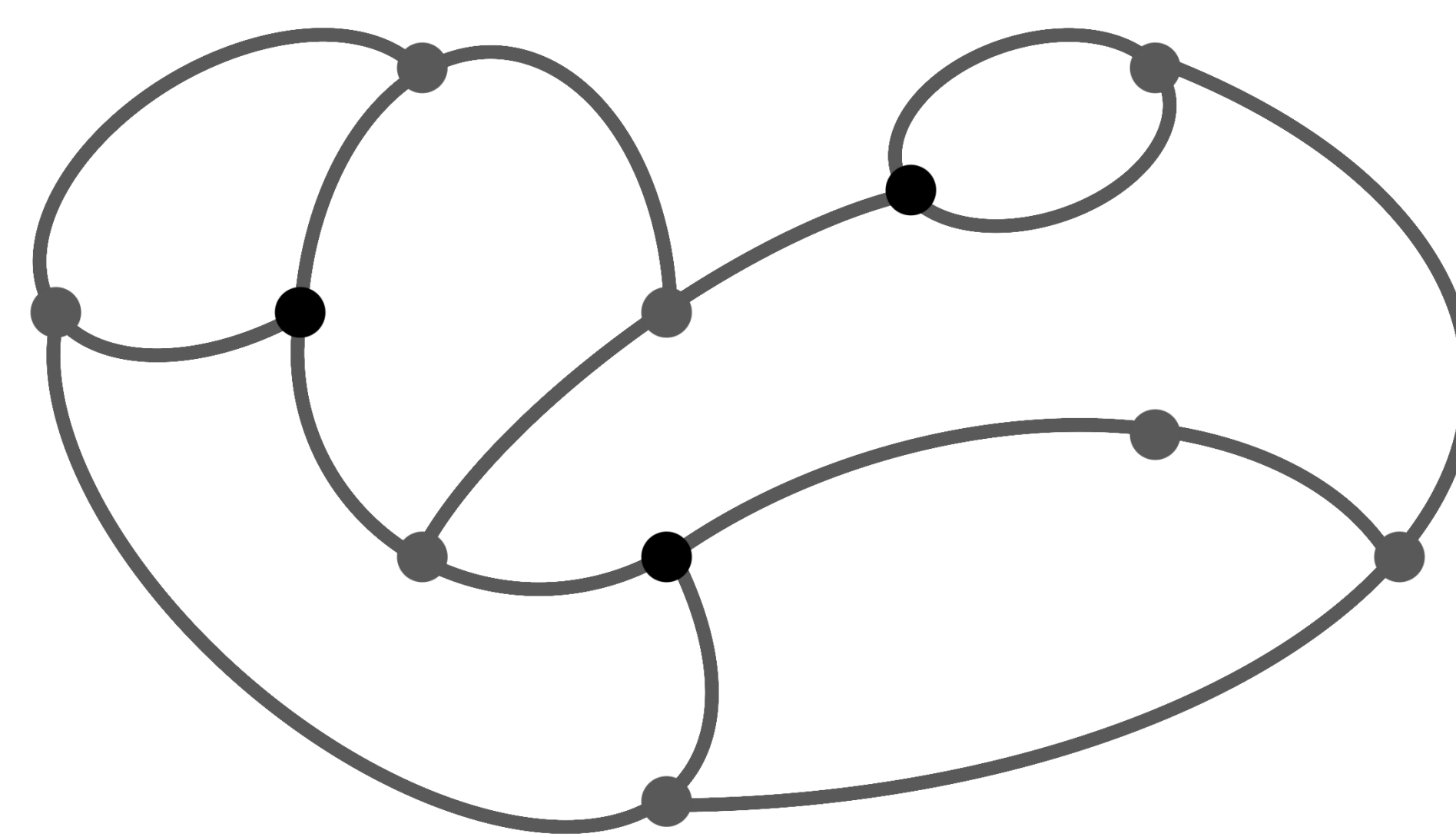
Nombre de Grundy = 0

On peut calculer le **nombre de Grundy** $g(P)$ d'une position afin de modéliser le noyau.

?

Dans notre jeu de Nim, qui est **avantagé** ? Le premier ou le second joueur ?

Jeu impartial = jeu au tour par tour, sans hasard, sans partie nulle et dont les coups possibles ne dépendent pas du joueur.



Jeu de Sprouts (Conway et Paterson – 1967)

Théorème de Sprague-Grundy (1935/1939)

Tout jeu impartial fini est équivalent à un jeu de Nim à un tas.