

Figures de Chladni

Faculté des sciences – Département de physique

Jules DE BROUX, Matthieu GOCHET et Pauline MARTINS

Historique

Né le 30 novembre 1756 à Wittemberg en Allemagne, Ernst Florens Friedrich Chladni est un physicien à l'origine de l'acoustique moderne et de l'harmonica de verre, le clavi-cylindre. Il est notamment connu aujourd'hui pour les figures qui portent son nom, les figures de Chladni. C'est en étudiant l'acoustique qu'il eut l'idée de prendre un disque en cuivre sur lequel il saupoudra du sable et frotta le bord avec un archet. Il vit ainsi apparaître des formes et en étudiant celles-ci, il énonça la loi de Chladni reliant fréquence et modes de vibration pour des disques.



Formation de figures de Chladni par un archet¹

Objectif du projet

L'objectif de notre expérience sur les figures de Chladni consiste principalement à vérifier une relation entre la fréquence et le nombre de nœuds présents sur les figures tout en faisant varier la forme et les dimensions des plaques. En effet, on constate assez facilement que l'on peut exprimer la fréquence en fonction de m et n : $f(m, n)$ où m et n correspondent au nombre de nœuds concentriques et radiaux respectivement dans le cas de plaques circulaires (dans le cas des plaques carrées, il est plus compliqué de discerner les valeurs distinctes et il a fallu s'en tenir à des prédictions théoriques de modèles informatiques).

Pour réaliser cela, nous avons eu besoin de plaques carrées et rondes de différentes dimensions, d'un vibreur afin de pouvoir faire vibrer la plaque de manière uniforme, d'un générateur de fréquence pour sélectionner la fréquence de vibration du vibreur ainsi que de sable pour voir apparaître les motifs.

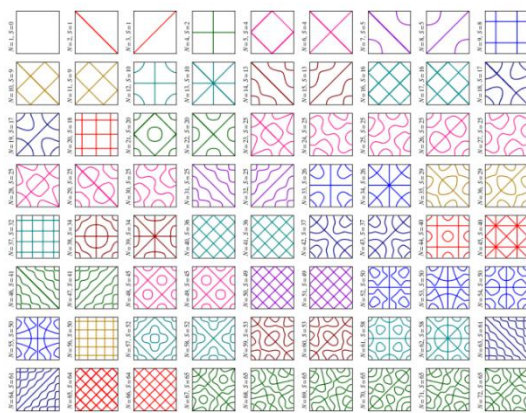
De manière physique, ce qui se passe est le fait que lorsqu'on fait vibrer la plaque (dans notre cas, en son centre), nous faisons parcourir à travers celle-ci une onde mécanique qui va se propager dans un plan approximé en 2D. Identiquement aux ondes à une dimension, celles-ci vont pouvoir former des ondes stationnaires pour une certaine fréquence qui vont donc être constituées de ventres qui vont alterner entre une amplitude positive et négatives et de nœuds qui seront les lieux où l'amplitude s'annule à tout instant et où les grains de sables vont pouvoir se déposer.

¹Figure de Chladni (2026) Wikipedia. Disponible sur : https://fr.wikipedia.org/wiki/Figure_de_Chladni (Accédé le : 01 March 2026).

Dans notre cas, ce sont les nœuds qui vont nous intéresser. En effet, nous avons d'abord fait vibrer les plaques circulaires afin de trouver les valeurs des fréquences pour lesquelles on observait des ondes stationnaires. Grâce à cela, on a pu compter le nombre de nœuds radiaux caractérisés par « n » ainsi que le nombre de nœuds concentriques « m ». C'est alors en effectuant des recherches qu'on observe dans plusieurs articles que la relation entre la fréquence et les nombres de nœuds pour des plaques rondes est la suivante :

$$f = C(n + 2m)^2$$

Où dans ce cas-ci, C est une constante qui dépend des propriétés mécaniques de la plaque. À partir de nos mesures, on en conclut que le caractère théorique linéaire est vérifié.



Modèle théorique pour des plaques carrées²

Par après, nous avons traité le cas des plaques carrées. Dans cette situation, il est nettement plus difficile d'évaluer la valeur de « m » et « n », puisqu'on ne peut pas réellement parler de nœuds concentriques ou de nœuds radiaux pour une telle configuration. On a dû alors recourir à un modèle théorique et tenter d'assimiler nos figures obtenues à celles présentes sur la liste des images. En ce qui concerne la génération de ce modèle, il est obtenu après résolution de l'équation de Helmholtz qui permet d'obtenir des

solutions particulières à l'équation d'onde tout en considérant les conditions aux bords de la plaque (extrémités libres droites). La résolution se fait par séparation des variables et nous donne une somme de produits de fonctions trigonométriques. De la même manière que précédemment, on trouve que la relation pour les plaques carrées est :

$$f = D\sqrt{m^2 + n^2}$$

Où D est une constante dépendant cette fois-ci de la dimension de la plaque. De plus, nos mesures affirment le comportement linéaire de la relation.

De manière complémentaire, nous avons également vérifié une relation consistant à mesurer la distance entre les nœuds concentriques et le centre des plaques circulaires à une fréquence donnée.

En conclusion, en plus de leur aspect esthétique, les figures de Chladni présentent un modèle mathématique solide permettant de visualiser les ondes stationnaires à deux dimensions et permettent par ailleurs aux luthiers de vérifier la symétrie du corps de leurs instruments en fabrication.

²Le, D.D. and Cardonna, A. (2024) *Chladni Patterns on Square and Circular Plates*.