

# La feuille, le prisonnier et l'iPhone

Faculté des Sciences - Département de Mathématique

Imane AARAB, Yousra ALLOUKA TEMSAMANI, Peter CAR,  
Emilio MOLINA VAQUERIZO, Cemilenur YUKSEL

## Histoire de la théorie des jeux :

La théorie des jeux est un outil mathématique permettant d'analyser les décisions prises par des individus en situation d'interaction, sous l'hypothèse qu'ils sont rationnels. Elle doit son appellation au fait qu'à l'origine elle était basée sur l'étude des jeux de société. Même si on en trouve des traces très anciennes, elle devint une branche importante des mathématiques au milieu du 20<sup>ème</sup> siècle, notamment à partir de la publication en 1944 de la « *Theory of Games and Economic Behavior* » de John Von Neumann et Oskar Morgenstern. Un de ses représentants les plus connus est John Nash dont les travaux lui ont valu le prix Nobel d'économie en 1994. Les mathématiques de la théorie des jeux sont maintenant utilisées dans de nombreux domaines, comme l'économie, la sociologie, la stratégie militaire, la biologie, ...

## Différents types de jeux à 2 personnes:

Il existe plusieurs jeux qui se jouent à 2. En effet certains ont bercé notre enfance et se jouent encore maintenant, d'autres permettent d'analyser des décisions qui ont été prises que cela soit dans le milieu économique, mathématique ou autres. Voici quelques exemples ainsi que leur règle de jeu.

- **Pierre-feuille-ciseau:**

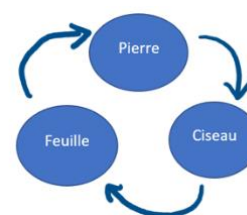
Tout le monde connaît ce jeu. En effet on joue à ce jeu depuis que l'on est petit et certains y jouent encore maintenant en étant adulte. Il est également appelé « Chifoumi ». Voici les règles du jeu :

*Pour commencer les joueurs comptent jusqu'à trois en mettant la main dans le dos. Une fois arrivés à trois les joueurs révèlent leur main (Pierre, feuille ou ciseaux) en même temps. Si les deux joueurs ont la même chose, alors personne n'a gagné et on incrémente de 0 sinon :*

- La pierre écrase les ciseaux et gagne.
- Les ciseaux découpent la feuille et gagnent.
- La feuille enveloppe la pierre et gagne.

*Si le joueur 1 gagne alors on incrémente son score de 1 et le joueur 2 reste au même score que la partie précédente.*

*La meilleure stratégie à ce jeu est de jouer de façon aléatoire pour pas que l'adversaire puisse deviner les coups à l'avance.*



CHOIX	PROBA
Pierre	1/3
Feuille	1/3
Ciseau	1/3

On dit que le jeu du Pierre-Feuille-Ciseau est un **jeu à somme nulle** c'est-à-dire que la somme des gains des 2 joueuses est toujours nulle :  $u_1 + u_2 = 0$ .

- **Le jeu de l'ultimatum**

Le jeu de l'ultimatum est créé en 1982 par des économistes : Werner Güth et ses collègues de sorte à représenter le processus de négociation d'une offre d'une des deux personnes. La personne recevant l'offre ne peut pas faire de contre-offre mais a seulement la possibilité d'accepter ou refuser celle-ci d'où le mot ultimatum. Elle permet de comprendre le blocage que l'on retrouve lors des négociations entre organisations, entreprises, institutions,...

Regardons de plus près les règles de ce jeu :

*Prenons deux joueurs: Joueur 1 et Joueur 2. On donne la somme de 10 euros au Joueur 1 et on lui demande de partager la somme avec le joueur 2. Bien que le joueur 2 connaisse le montant total de départ, il ne peut pas faire de contre-offre. Les deux joueurs évidemment ne se connaissent pas et ne peuvent pas communiquer entre eux également.*

*Le joueur 2 a deux choix:*

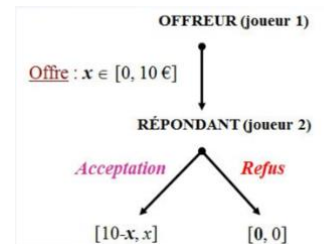
- *Soit accepter l'offre et donc partir avec la somme proposée et le joueur 1 repart avec la différence.*
- *Soit décliner l'offre proposée mais alors le joueur 1 et le joueur 2 repartent tous les deux avec 0 euro chacun.*

*Prenons le cas où le joueur fait la proposition de donner X euro au joueur 2.*

- *Soit le joueur 2 prend 1 euro et le joueur 1 repart avec 10-X euros*
- *Soit le joueur 2 refuse et donc lui et le joueur 1 repartent avec 0 euro chacun.*

*Donc la décision finale reviendra toujours au joueur 2.*

La représentation de ce problème se fait sous forme d'arbre de décision en théorie des jeux.



• **Le dilemme du prisonnier**

Le dilemme du prisonnier caractérise en théorie des jeux une situation où deux joueurs auraient intérêt à coopérer, mais où, en l'absence de communication entre les deux joueurs, chacun choisira de trahir l'autre si le jeu n'est joué qu'une fois. Les règles du jeu sont :

*Prenons deux prisonniers qui sont chacun dans une cellule avec aucun moyen de communication*

- *si un des deux prisonniers dénonce l'autre, il est remis en liberté tandis que le second obtient la peine maximale (8 ans) ;*
- *si les deux se dénoncent entre eux, ils seront condamnés à une peine plus légère (3 ans) ;*
- *si les deux refusent de dénoncer, la peine sera minimale (1 ans), faute de preuve.*

		Hayat	
		Dénoncer	Ne pas dénoncer
Layla	Dénoncer	(3,3)	(0,8)
	Ne pas dénoncer	(8,0)	(1,1)

Il existe bien sûr d'autres exemples dans la théorie des jeux qui sont décrits dans la vidéo ainsi que le panneau.

**Conclusion :**

Nous voyons que les mathématiques ne sont pas seulement utilisées pour réaliser des équations. Nous remarquons leur nécessité dans la théorie des jeux qui s'intéresse aux configurations dans lesquels la situation d'un.e "joueur.se" dépend du comportement de l'autre "joueur.se". Cette théorie ne concerne pas uniquement les jeux comme nous l'avons vu dans notre dernier exemple, elle est utile pour comprendre des problèmes concrets.